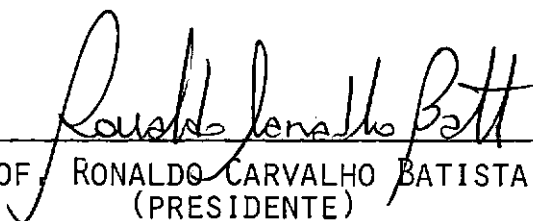


ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURA FLEXÍVEL EM MEIO FLUIDO

CARLOS MAGLUTA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.


APROVADA POR:



PROF. RONALDO CARVALHO BATISTA
(PRESIDENTE)



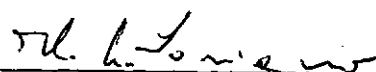
PROF. NEY ROITMAN



PROF. FERNANDO L. LOBO B. CARNEIRO



PROF. JOÃO LUIS PASCAL ROEHL



PROF. HUMBERTO LIMA SORIANO

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 1985

MAGLUTA, CARLOS

Análise Dinâmica de Estrutura Flexível em Meio Fluido (Rio de Janeiro) 1985.

xv, 180 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1985)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Análise dinâmica de estrutura 2. Análise experimental dinâmica 3. Modelo reduzido de plataforma *Off-shore* I. COPPE/UFRJ
II. Título (série)

À minha companheira Patricia
pelo estímulo, compreensão e
apoio.

AGRADECIMENTOS

Ao Ronaldo, pela orientação, amizade e apoio dispendido em todos os momentos.

Ao Ney, pela importante contribuição e auxílio na fase experimental deste trabalho.

Ao Prof. Soriano, por ceder o Sistema DINESP e pela participação na implementação feita.

A Breno P. Jacob, pela concessão do uso de seu programa SYSLOT/LOAD.

Aos colegas Eliane, Michele e Paulo, pela colaboração e interesse demonstrado durante a confecção deste trabalho.

Aos professores, pesquisadores e técnicos que trabalham no Laboratório de Estruturas - Lidia, Nagato, Dadinho, Ibrahim, Dudu, Wanderley, Vicente (construtor do modelo), Flávio, Seu João, Licínio, Osvaldo, José Maria, Edmilson e Aguinaldo, e colaboradores, Eneida (datilógrafa) e Gilmar (desenhista), pela destreza nos trabalhos prestados, interesse demonstrado e amizade.

Ao pessoal do Laboratório de Engenharia Naval, pelo em-

prêstimo de diversos equipamentos, sem os quais não seria possível a realização deste trabalho.

À todos os colegas e professores que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração deste trabalho.

À CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURA FLEXÍVEL EM MEIO FLUIDO

Carlos Magluta

Dezembro de 1985

Orientador: Prof. Ronaldo Carvalho Batista

Programa: Engenharia Civil

Um modelo reduzido hidroelástico, de uma das pernas longas e flexíveis de uma plataforma auto-elevatória, é usada para a investigação dos efeitos causados por grandes deslocamentos e pela interação fluido-estrutura sobre seu comportamento dinâmico, e sobre as taxas de amortecimento estrutural e hidrodinâmico. Mostra-se, que este modelo simplificado, projetado e construído segundo a Teoria da Semelhança, representa adequadamente as características mecânicas globais do modelo completo da auto-elevatória e que, além disso, fornece alguns resultados experimentais relevantes que poderiam balizar um projeto racional deste tipo de estrutura para plataformas marítimas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DYNAMIC ANALYSIS OF FLEXIBLE STRUCTURE IMMERSSED IN FLUID

Carlos Magluta

December, 1985

Chairman: Prof. Ronaldo Carvalho Batista

Department: Civil Engineering

A hydroelastic reduced model of one of the tall and flexible legs of a jack-up platform is used for investigation of the effects of large amplitude displacements, and fluid-structure interaction on its dynamic behaviour and on the structural and hydrodynamic damping factors. It is shown that this simplified model, designed and constructed according the Similitude Theory, besides being adequate to represent the overall mechanical characteristics of the complete jack-up model, yields some relevant experimental results that could serve as a guide for rational design of this type offshore structure.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
I.1. Considerações Iniciais	1
I.2. Objetivo e Escopo do Trabalho	5
 CAPÍTULO II - MODELAGEM MATEMÁTICA	 7
II.1. Introdução	7
II.2. O Problema Dinâmico e sua Linearização	8
II.3. Sistema Estrutural	17
II.3.1. Matriz de rigidez	18
II.3.2. Matriz de massa	21
II.4. Interação Fluido-Estrutura	22
II.5. Programa DINESP	34
II.5.1. Técnica de solução numérica do problema de AUTO-VALOR	36
II.5.2. Verificação da precisão de solução	38
 CAPÍTULO III - MODELO ESTRUTURAL SIMPLIFICADO	 43
III.1. Introdução	43
III.2. Descrição da Estrutura Completa	44
III.3. Modelagens Física e Numérica do Protótipo	51
III.4. Modelagem Físico-Numérica do Elemento de Sustentação Isolado	54

III.5. Procura de um Modelo Experimentalmente Viável	56
CAPÍTULO IV - MODELO REDUZIDO SEGUNDO A TEORIA DA SEMELHANÇA	
IV.1. Introdução	66
IV.2. Modelo Ideal	67
IV.3. Restrições Práticas para a Construção do Modelo Ideal	72
IV.4. Modelo Físico Idealizado	73
IV.4.1. Descrição do modelo idealizado	73
IV.4.2. Ajuste teórico-numérico do modelo Idealizado	76
IV.4.3. Principais resultados numéricos do modelo idealizado	78
CAPÍTULO V - CONSTRUÇÃO, INSTRUMENTAÇÃO E AJUSTE DO MODELO FÍSICO	
V.1. Construção do Modelo	86
V.2. Instrumentação do Modelo Físico para Ensaios	96
V.3. Ajuste Numérico-Experimental do Modelo Físico	105
V.3.1. Introdução	105
V.3.2. Ajuste do modelo idealizado	107
V.3.3. Ajuste do modelo físico	114
CAPÍTULO VI - ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS REALIZADOS COM O MODELO REDUZIDO	
VI.1. Introdução	115
VI.2. Vibrações no Ar	116
VI.3. Vibrações na Água	127
VI.4. Vibrações no Fluido Denso	136

VII - COMENTÁRIOS FINAIS	153
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	164
APÊNDICE A	167

NOMENCLATURA

Letras Maiúsculas

- A - área da seção reta de um elemento
- A_C - amplitude de aceleração
- \tilde{B} - matriz das deformações elásticas
- \tilde{C} - matriz de amortecimento estrutural
- C_A - coeficiente de massa d'água adicionada
- C_D - coeficiente de arrasto
- C_M - coeficiente de inércia
- D - diâmetro externo do tubo
- \tilde{D} - matriz das propriedades elásticas
- E - módulo de elasticidade
- F - força
- H_w - altura de onda
- \tilde{H} - matriz de interpolação

I	- momento de inércia
L	- comprimento do elemento
L_s	- dimensão característica da estrutura
L_w	- comprimento de onda
M	- massa total da estrutura
\tilde{M}	- matriz de massa
\tilde{M}_A	- matriz de massa d'água adicionada
P	- força de onda
Q	- força dissipativa
R_e	- número de Reynolds
\tilde{S}	- matriz de rigidez
T	- energia cinética; período
T_w	- período da onda
\underline{U}	- vetor de deslocamentos generalizados da estrutura
V	- energia potencial
\underline{X}	- vetor dos modos de vibração

Letras minúsculas

a_c	- aceleração
b_x, b_y, b_z	- cosenos diretores nas direções x, y e z respectivamente

- d - espessura de um tubo
- f - força restritiva; frequência
- g - aceleração da gravidade
- h_w - profundidade do líquido
- $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - vetores unitários nas direções x, y e z respectivamente
- k_A - escala das áreas das seções retas dos elementos
- k_{ac} - escala das acelerações
- k_d - escala das espessuras das paredes dos tubos
- k_E - escala dos módulos de elasticidade
- k_f - escala das frequências
- k_F - escala das forças
- k_g - escala da aceleração da gravidade
- k_I - escala dos momentos de inércia
- k_L - escala geométrica geral
- k_m - escalas das massas dos elementos
- k_M - escala da massa total
- k_T - escala dos tempos
- k_{T_w} - escala dos períodos de onda
- k_v - escala das velocidades

k_{ρ_s}	- escala das massas específicas dos elementos da estrutura
k_{ρ_w}	- escala da massa específica do fluido
k_v	- escala da viscosidade cinemática do líquido
k_σ	- escala das tensões
m	- massa de um elemento
q	- coordenada generalizada
s	- rigidez de um elemento
t	- tempo
u	- deslocamento generalizado de um elemento
\hat{v}	- velocidade do fluido
x, y, z	- coordenadas cartesianas
w	- frequência circular

Letras gregas

ϵ	- deformação específica
\forall	- volume
ϕ	- auto-vetores; modos de vibração
θ	- ângulo de fase
λ	- auto-valores

ρ_s - massa específica do corpo

ρ_w - massa específica do líquido

ξ - taxa de amortecimento

π - parâmetro adimensional

σ - tensão

$\bar{\Delta}$ - parâmetro de deslocamento

Obs.: O sub-índice "p" refere-se ao protótipo, e o sub-índice "m" refere-se ao modelo.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Além de seus propósitos operacionais, aparentemente simples, concepção geométrica estrutural de uma plataforma auto-elevatória envolve o projetista em uma série de problemas mecânico-estruturais complexos, os quais representam desafios maiores do que aqueles usualmente encontrados no projeto de plataformas fixas.

O comportamento dinâmico dessas plataformas em transporte é, no que concerne sua vida útil, um problema crucial; problemas similares e não menos cruciais, são enfocados numa análise dinâmica de seu comportamento em posição de operação.

Tem sido observado que algumas plataformas auto-elevatórias, operando nas costas brasileiras em profundidade aproximada de 100 metros, revelam um comportamento dinâmico indesejável. Seus primeiros períodos naturais de vibração estão com-

preendidos entre os valores medidos dos períodos de ondas. Esta situação típica é mostrada nas Fig. I.1, onde pode-se notar que os picos de resposta estrutural associados às primeiras frequências naturais de uma plataforma auto-elevatória de três pernas, com características gerais bastante similares ao modelo tratado neste trabalho, ocorrem dentro da "faixa efetiva" do espectro de energia de ondas. Embora estreitos, quando comparado com esta faixa efetiva, estes picos poderiam, indubitavelmente, ser influenciados por uma considerável fração da energia total das ondas.

Mesmo em um procedimento determinístico simplificado, onde a energia total das ondas é concentrada em um período de onda específico (bastante próximo ou até mesmo coincidente com um período natural da estrutura), o conservadorismo de uma estimativa do nível de tensões internas da estrutura dependerá tanto dos valores calculados das frequências associadas aos modos naturais de vibração, levando-se em conta a interação fluido-estrutura, quanto, evidentemente, dos valores adotados para as taxas de amortecimento.

Dentre as principais contribuições para o amortecimento total, encontrado em uma plataforma auto-elevatória, pode-se citar: o amortecimento estrutural (histerético), o amortecimento mecânico que ocorre, por exemplo, nos sistemas de apoio e de elevação (pinhão-cremalheira), amortecimento devido à interação solo-estrutura e o amortecimento devido à interação fluido-estrutura.

Em geral, todas essas parcelas de amortecimento são mais ou menos dependentes da concepção do sistema estrutural, sendo

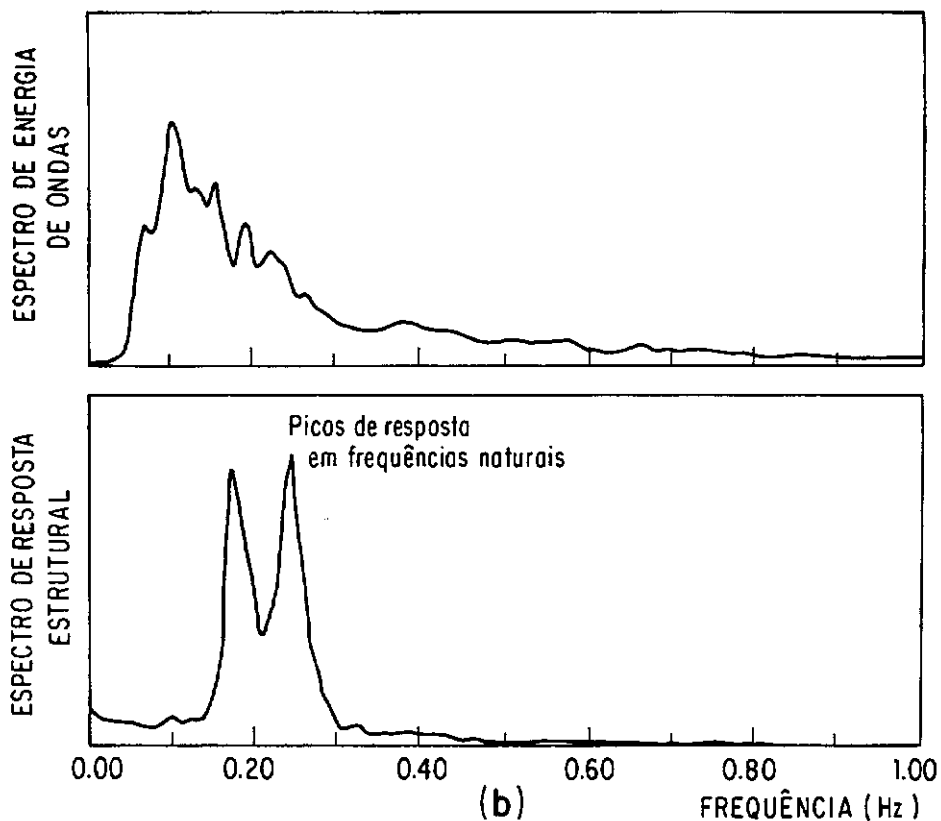
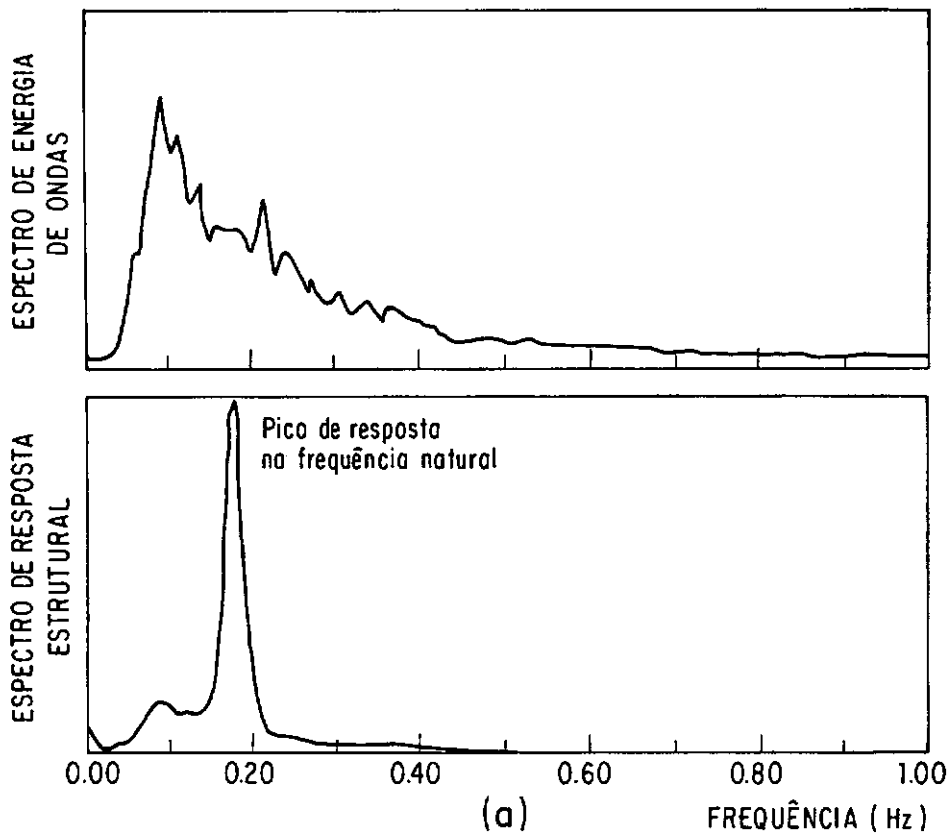


Fig. I. 1 (a-b) - Espectros de Ondas e de Respostas Típicas de uma Plataforma Auto-Elevatória [1].

entretanto, seus valores determinados apenas através de medições experimentais.

A investigação detalhada do comportamento dinâmico dessas estruturas requer necessariamente a utilização de alguns dados que têm caráter essencialmente experimental. A obtenção desses dados tem sido feita através de instrumentações instaladas em algumas estruturas *off-shore*, atualmente em serviço. No entanto, devido à diversidade de condições *in situ* existentes, torna-se extremamente difícil, durante essas campanhas de medição, isolar a influência de cada um dos fatores que afetam o comportamento global dessas estruturas.

Alternativamente, a investigação experimental do comportamento dinâmico através de modelos reduzidos, em laboratório, apresenta a vantagem de se poder isolar os principais parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico. A utilização de modelos permite ainda a simulação de danos estruturais, alteração das condições de apoio e da distribuição de massa do convés; sendo bastante simples e direta a observação dos efeitos que essas variações têm sobre o comportamento dinâmico do modelo. Mas, para que os resultados obtidos com o modelo possam vir a ser extrapolados para o projeto ou verificação do protótipo, o modelo deve obedecer, o mais aproximadamente possível, a uma série de condições ditadas pela Teoria da Semelhança.

I.2. OBJETIVOS E ESCOPO DO TRABALHO

O presente trabalho tem como objetivo principal a análise do comportamento de uma plataforma auto-elevatória, através de ensaios em um modelo reduzido hidroelástico de uma de suas pernas. Através de simulação física adequada preserva-se, de maneira bastante aproximada, o comportamento que este componente estrutural possui quando parte integrante da estrutura completa. Investiga-se também, os efeitos causados por sua grande flexibilidade sobre as parcelas de amortecimento estrutural e hidrodinâmico, os quais constituem os resultados mais relevantes desta análise experimental.

O presente trabalho dá prosseguimento a uma linha de pesquisa iniciada e desenvolvida no Laboratório de Estruturas do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ: Análise Experimental Dinâmica de Estruturas *Off-Shore* via Modelos Reduzidos Hidroelásticos em conformidade com a Teoria da Semelhança. O projeto, construção e análise do comportamento dinâmico de um modelo reduzido hidroelástico de uma estrutura *Off-Shore* bastante flexível sob os efeitos da interação com um fluido em repouso, constitui contribuição à citada linha de pesquisa. A realização deste trabalho cumpriu as seguintes etapas:

- a) adaptação e implementação, no computador B-6700 do NCE, de um programa baseado no Método de Iteração por Sub-Espaço, para o cálculo das frequências naturais e os respectivos modos de vibração da estrutura-fluido em repouso;

- b) simulação, através do sistema de computação desenvolvido, de um modelo físico simplificado e adequado para investigação do comportamento dinâmico da estrutura auto-elevatória completa;
- c) projeto, segundo as condições impostas pela Teoria da Semelhança (Vide Apêndice), do modelo físico reduzido simplificado de uma perna;
- d) construção e ajuste teórico-numérico-experimental do modelo reduzido hidroelástico de uma perna;
- e) realização de ensaios para o modelo vibrando no ar, imerso na água e em fluido de densidade elevada;
- f) análise dos resultados experimentais obtidos e comparação destes com resultados teórico-numéricos.

A validade da adoção de um modelo simplificado é demonstrado através de comparações feitas entre os resultados obtidos do modelo isolado (perna) e aqueles obtidos posteriormente de um modelo reduzido da plataforma auto-elevatória completa. Mostra-se ainda, que as comparações favoráveis entre os resultados teórico-numéricos e experimentais garantem a validade da modelagem, das técnicas construtivas e da análise experimental utilizada, permitindo a extrapolação de dados obtidos do modelo para o projeto ou verificação do protótipo.

CAPÍTULO II

MODELAGEM MATEMÁTICA

II.1. INTRODUÇÃO

Em problemas de engenharia, por vezes depara-se com a necessidade de se determinar o comportamento dinâmico das estruturas, isto é, de se determinar o histórico dos deslocamentos durante um certo período de tempo, quando a estrutura é solicitada por esforços que também variam com o tempo. As equações matemáticas que definem o problema são chamadas equações do movimento e a solução destas equações fornecem o requerido histórico de deslocamento.

As equações do movimento do sistema estrutural dinâmico podem ser formadas segundo diferentes métodos, baseados no princípio de D'Alembert, no princípio dos trabalhos virtuais e em conceitos variacionais de energia. Os processos são completamente equivalentes nos problemas linearizados e conduzem a equações idênticas. A decisão sobre o método a ser utilizado depende da natureza do sistema dinâmico considerado.

II.2. O PROBLEMA DINÂMICO E SUA LINEARIZAÇÃO

No presente trabalho a idealização, projeto e construção de um modelo reduzido semelhante à estrutura protótipo se baseia fundamentalmente na investigação das respostas dinâmicas em termos de frequências. Assim, o problema em questão envolve a análise de um modelo teórico linearizado, isto é, a análise de resultados de um problema de auto-valor. Com o intuito apenas de dar uma certa completude ao trabalho, apresenta-se a seguir, e de forma sumária, uma seqüência dos desenvolvimentos teóricos que levam ao problema final de auto-valor.

Assumindo-se inicialmente, conforme ilustrado na Figura II.1, um sistema discreto dado por "n" partículas ligadas entre si por elementos elásticos, como em um sistema estrutural, sendo

F_x, F_y, F_z - componentes das forças externas aplicadas ao sistema;

f_x, f_y, f_z - componentes das forças restritivas;

x_i, y_i, z_i - coordenadas da massa m_i .

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton nas três direções, pode-se escrever a equação de equilíbrio na forma compacta

$$\sum_{j=1}^n F_j + f_j - m_j \ddot{r}_j = 0 \quad (\text{II.1})$$

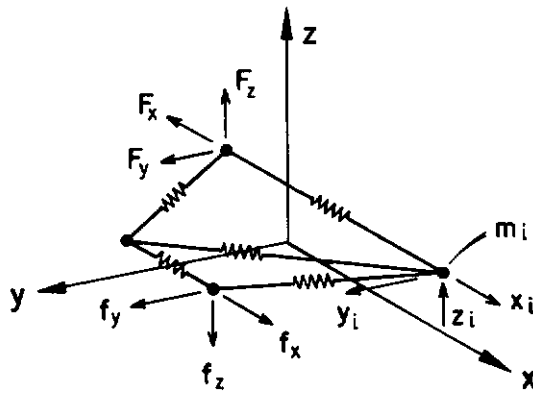


Fig. II.1 - Sistema discreto de n partículas ligadas por elementos elásticos simulando uma estrutura no espaço.

onde

$$\vec{F}_j = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{f}_j = f_x \vec{i} + f_y \vec{j} + f_z \vec{k}$$

$$\vec{r}_j = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

sendo

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - vetores unitários nas direções x, y, z , respectivamente.

Estendendo-se o princípio dos trabalhos virtuais à dinâmica e levando-se em consideração que os deslocamentos virtuais $\delta \vec{r}_j$ são compatíveis com as condições de contorno e que o trabalho realizado pelas forças restritivas é nulo, pode-se, então, escrever:

$$\sum_{j=1}^n (\underline{F}_j - m_j \ddot{\underline{r}}_j) \delta \underline{r}_j = 0 \quad (\text{II.2})$$

A equação (II.2), expressa em função do sistema de coordenadas \underline{r}_j , não é, entretanto, a forma de apresentação mais conveniente de um problema dinâmico; isto porque, estas coordenadas \underline{r}_j , podem não ser independentes entre si. Alternativamente, pode-se optar por uma formulação baseada nos mesmos princípios, mas utilizando-se coordenadas generalizadas q .

Assim, sendo

$$\underline{r}_j = \underline{r}_j (q_1, q_2, q_3, \dots, q_N) \quad (\text{II.3})$$

tem-se

$$\delta \underline{r}_j = \frac{\partial \underline{r}_j}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial \underline{r}_j}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial \underline{r}_j}{\partial q_N} \delta q_N = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \underline{r}_j}{\partial q_k} \delta q_k \quad (\text{II.4})$$

Na equação (II.2) o termo,

$$\sum_{j=1}^n \underline{F}_j \delta \underline{r}_j \quad (\text{II.5})$$

representa o trabalho virtual das forças generalizadas \underline{F}_j . Separando-se em duas parcelas: uma conservativa, derivada da energia potencial total, $V = V (q_1, q_2, \dots, q_N)$, e outra devida a forças não-conservativas, Q_{nc} , tem-se

$$\sum_{j=1}^n \vec{F}_j \cdot \delta \vec{r}_j = -\delta v + \sum_{k=1}^N Q_{nc_k} \delta q_k = - \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial v}{\partial q_k} - Q_{nc_k} \right) \delta q_k \quad (II.6)$$

Analisando-se agora o termo,

$$\sum_{j=1}^n m_j \ddot{\vec{r}}_j \cdot \delta \vec{r}_j \quad (II.7)$$

da equação (II.2), que representa o trabalho das forças de inércia do sistema e utilizando-se as equações (II.4) e (II.7) obtém-se:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n m_j \ddot{\vec{r}}_j \cdot \delta \vec{r}_j &= \sum_{j=1}^n m_j \ddot{\vec{r}}_j \cdot \sum_{k=1}^N \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_k} \delta q_k = \\ &= \sum_{k=1}^N \left(\sum_{j=1}^n m_j \ddot{\vec{r}}_j \cdot \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_k} \right) \delta q_k \end{aligned} \quad (II.8)$$

onde o termo entre parênteses na equação (II.8) pode ser escrito na forma:

$$m_j \ddot{\vec{r}}_j \cdot \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_k} = \frac{d}{dt} \left(m_j \dot{\vec{r}}_j \cdot \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_k} \right) - m_j \dot{\vec{r}}_j \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_k} \right) \quad (II.9)$$

Assumindo-se que as derivadas total com respeito ao tempo, e parcial em relação a q_k , aparecendo no segundo termo da equação (II.9), podem sofrer permutação na seqüência de derivação,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_k} \right) = \frac{\partial \dot{\vec{r}}_j}{\partial q_k} \quad (II.10)$$

e, considerando-se ainda, que $\partial \vec{r}_j / \partial q_k$ são independentes da velo

cidade generalizada \dot{q}_k ,

$$\frac{\partial \tilde{r}_j}{\partial q_k} = \frac{\partial \dot{\tilde{r}}_j}{\partial \dot{q}_k} \quad (\text{II.11})$$

Pode-se então escrever,

$$\begin{aligned} m_j \ddot{\tilde{r}}_j \frac{\partial \tilde{r}_j}{\partial q_k} &= \frac{d}{dt} \left(m_j \dot{\tilde{r}}_j \frac{\partial \dot{\tilde{r}}_j}{\partial q_k} \right) - m_j \dot{\tilde{r}}_j \frac{\partial \dot{\tilde{r}}_j}{\partial q_k} = \\ &= \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial}{\partial q_k} \right] \left(\frac{1}{2} m_j \dot{\tilde{r}}_j \cdot \dot{\tilde{r}}_j \right) \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Introduzindo-se (II.12) em (II.8), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n m_j \ddot{\tilde{r}}_j \delta r_j &= \sum_{k=1}^N \left\{ \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial}{\partial q_k} \right] \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{2} m_j \dot{\tilde{r}}_j \cdot \dot{\tilde{r}}_j \right) \right\} \delta q_k = \\ &= \sum_{k=1}^N \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} \right] \delta q_k \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

onde,

$$T = \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} m_j \dot{\tilde{r}}_j \cdot \dot{\tilde{r}}_j \quad (\text{II.14})$$

é a energia cinética interna do sistema.

Substituindo-se as equações (II.6) e (II.13) na equação (II.2), tem-se

$$\sum_{k=1}^N \left[-\frac{\partial V}{\partial q_k} + Q_{nc_k} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) + \frac{\partial T}{\partial q_k} \right] \delta q_k = 0 \quad (\text{II.15})$$

e lembrando-se que, pela definição de deslocamento virtual, δq_k são arbitrários e independentes ($\delta q_s \neq 0$ e $\delta q_k = 0$ para $s \neq k$), conclui-se que a equação (II.15) é satisfeita, se e somente se, o coeficiente de δq_s for igual a zero. Sendo assim, tem-se

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} + \frac{\partial V}{\partial q_s} = Q_{nc_s} \quad \text{para } s = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.16})$$

as quais são as equações Lagrangeanas de movimento.

Das forças não conservativas existentes, uma é de especial interesse: a força de amortecimento viscoso Q_{a_s} , que, por sua vez, é derivável da função de dissipação de Rayleigh,

$$F = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N c_k \dot{q}_k^2 \quad (\text{II.17})$$

através de

$$Q_{a_s} = - \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_s} \quad (\text{II.18})$$

O termo Q_{nc_s} da equação (II.16), associado à força não-conservativa, pode ser subdividido em duas parcelas: uma do tipo dissipativa, Q_{a_s} , e outra, Q_{s_s} , que é imposta ao sistema através de forças externas. Com isso, pode-se reescrever a equação (II.16) na forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} + \frac{\partial V}{\partial q_s} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_s} = Q_s \quad \text{para } s = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.19})$$

Para a investigação das respostas dinâmicas em termos das frequências, supõe-se o sistema dinâmico em regime de vibrações livres não-amortecidas, isto é, $\partial F / \partial \dot{q}_s = 0$, $Q_s = 0$ para $s = 1, 2, \dots, N$, e o termo $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right)$, que aparece com a introdução de coordenadas generalizadas, é identicamente nulo para sistemas cartesianos [2]. Aplicando-se estas condições na equação (II.19) e assumindo-se que a energia potencial do sistema é

$$V = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N S_k q_k^2 \quad (\text{II.20})$$

onde,

$$S_k = \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (\text{II.21})$$

é a rigidez em sistemas elásticos lineares, chega-se a um sistema de N equações diferenciais lineares

$$m_1 \ddot{q}_1 + s_1 q_1 = 0$$

$$m_2 \ddot{q}_2 + s_2 q_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$m_N \ddot{q}_N + s_N q_N = 0$$

$$(\text{II.22})$$

Para a solução das equações (II.22), quando aplicadas a estruturas aporticadas, utiliza-se o método de elementos finitos (MEF) que consiste em discretizar a estrutura em sub-estruturas mais simples, chamadas elementos no estudo aqui desenvolvido, as barras que compõem a estrutura. O elemento es-

colhido para a discretização de plataformas *off-shore* é o elemento p \ddot{u} rtico espacial (vide se \breve ção II.3), e, chamando os deslocamentos generalizados de \underline{U} , pode-se, atrav \breve s da t \breve cnica matricial do MEF, reescrever a equa \breve ção (II.22), para sistemas em vibra \breve ções livres n \breve o amortecidas, na forma

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}}(t) + \underline{S} \underline{U}(t) = \underline{0} \quad (\text{II.23})$$

onde

\underline{M} - matriz de massa da estrutura;

\underline{S} - matriz de rigidez da estrutura;

$\underline{U}(t)$ - vetor dos deslocamentos generalizados (deslocamentos e rota \breve ções da estrutura);

$\ddot{\underline{U}}(t)$ - vetor das acelera \breve ções generalizadas.

Supondo-se o sistema em movimento harm \ddot{o} nico simples, e estendendo-se a equa \breve ção (II.23) a forma de solu \breve ção das equa \breve ções diferenciais (II.22),

$$\underline{U}(t) = A \underline{\phi}_i \text{ sen } (\omega_i t + \theta) \quad (\text{II.24})$$

onde

A - constante;

$\underline{\phi}_i$ - modo de vibra \breve ção correspondente a cada frequ \breve ncia;

ω_i - frequ \breve ncia natural;

θ - ângulo de fase

e, após derivações em relação ao tempo,

$$\ddot{\underline{U}}(t) = - \underline{w}_i^2 A \underline{\phi}_i \sin (w_i t + \theta) \quad (\text{II.25})$$

e, substituindo-se as expressões (II.24) e (II.25) em (II.23), pode-se escrever finalmente

$$(\underline{S} - \underline{w}_i^2 \underline{M}) \underline{\phi}_i = \underline{0} \quad (\text{II.26})$$

A equação (II.26), representa um problema de auto-valor, onde as freqüências naturais e os modos de vibração são respectivamente os auto-valores e auto-vetores.

A escolha do método para a resolução do problema de auto-valor depende do número de graus de liberdade envolvidos na discretização da estrutura e do número de freqüências naturais requeridas.

No presente estudo, a adoção de um método iterativo como Iteração por Sub-Espaço é suficientemente adequado para o sistema estrutural analisado, já que o objetivo fundamental da análise é determinar as primeiras freqüências naturais e a comparação entre as obtidas do protótipo e dos modelos da estrutura estudada.

II.3. SISTEMA ESTRUTURAL

Os sistemas estruturais que serão analisados neste trabalho são, como já referido anteriormente, estruturas do tipo *off-shore*. Este tipo estrutural é composto geralmente por elementos tubulares de seção circular uniforme, com algumas centenas de nós.

A discretização da estrutura em elementos finitos foi feita da maneira mais eficiente possível, tanto no sentido físico quanto computacional. Para isto foram utilizados elementos de barra retilíneo de seção constante, tendo seus nós externos coincidentes com os nós físicos (isto é, juntas estruturais) da estrutura. Esta discretização, envolvendo um número mínimo de elementos finitos é perfeitamente adequada para os propósitos da presente análise, a qual visa a investigação do comportamento global. Os modos requeridos na análise são os primeiros modos globais de vibração (não os locais) e para isso uma discretização natural de nó a nó físico de um pórtico espacial é suficiente. A Figura II.2 mostra o elemento utilizado para a discretização geométrica da estrutura.

A montagem das matrizes de rigidez e massa deste elemento baseia-se na hipótese de um comportamento linear, tanto físico quanto geométrico da estrutura. Tal linearidade é garantida por seu comportamento, caracterizado por pequenos deslocamentos, pequenas deformações e pela obediência do material à lei de Hooke.

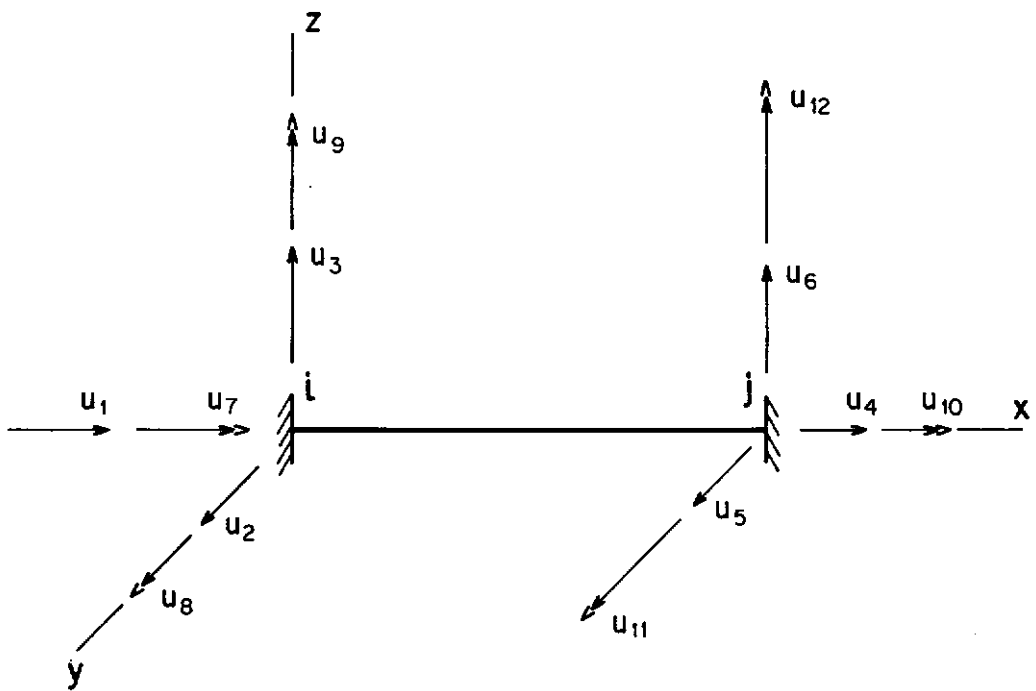


Fig. II.2 - Elemento barra retilíneo para pórtico espacial, no sistema de referência local.

II.3.1. MATRIZ DE RIGIDEZ

A matriz de rigidez da estrutura para análise dinâmica é a mesma que a utilizada no cálculo estático, sendo um termo genérico S_{ij} desta matriz definido como um coeficiente de influência do deslocamento generalizado u_j na força generalizada f_i .

As matrizes de rigidez dos elementos, calculadas inicialmente segundo um sistema de eixos local, são transformadas para o

sistema de eixos global através de matrizes de rotação. Os coeficientes S_{ij} , das matrizes de rigidez dos elementos, são agora arranjados segundo a numeração dos graus de liberdade da estrutura, formando a matriz de rigidez global.

Utilizando-se a formulação do método de elementos finitos e funções de interpolação (polinômio hermitiano cúbico para deflexão e função linear para deslocamentos axiais), pode-se obter a matriz de rigidez do elemento como mostrado a seguir,

$$\underline{u}_e = \underline{H} \cdot \underline{u} \quad (\text{II.27})$$

onde

\underline{u}_e - vetor de deslocamentos generalizados em um ponto qualquer do elemento;

\underline{H} - matriz de interpolação;

\underline{u} - vetor de deslocamentos nodais generalizados

e $\underline{\epsilon}$ a matriz de deformação específica escrita na forma,

$$\underline{\epsilon} = \underline{B} \underline{u} \quad (\text{II.28})$$

onde

$$\underline{B} = \text{operador diferencial } (H_i) \text{ para } i = x, y, z \quad (\text{II.29})$$

a energia de deformação elástica do elemento de volume V ,

$$U = \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{\sigma}} dV \quad (\text{II.30})$$

pode, após definição das tensões pela relação constitutiva linear

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\epsilon}} \quad (\text{II.31})$$

onde

$\underline{\underline{\sigma}}$ - matriz das tensões do elemento;

$\underline{\underline{D}}$ - matriz das propriedades elásticas

ser escrita como,

$$U = \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\epsilon}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\epsilon}} dV \quad (\text{II.32})$$

Sabendo-se que, em sistemas conservativos,

$$\underline{\underline{F}} = \frac{\partial V}{\partial \underline{\underline{u}}} = \underline{\underline{S}} \underline{\underline{u}} \quad , \quad (\text{II.33})$$

substituindo-se a equação (II.28) em (II.32) e aplicando o mesmo operador de (II.33) em (II.32) resulta em

$$\underline{\underline{F}} = \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} dV \cdot \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{u}} \quad (\text{II.34})$$

onde $\underline{\underline{S}}$ é a matriz de rigidez do elemento, dada pela equação

$$\underline{\underline{S}} = \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} dV \quad (\text{II.35})$$

II.3.2. MATRIZ DE MASSA

De modo similar à matriz de rigidez pode-se formular a matriz de massa para um elemento, via MEF, na forma:

$$\underline{M} = \int_V \mu \underline{H}^T \underline{H} dV \quad (II.36)$$

onde

μ - massa específica do material do elemento

sendo um termo genérico desta matriz, m_{ij} , um coeficiente de influência da aceleração generalizada \ddot{u}_j na força de inércia f_i .

A utilização das mesmas funções de interpolação (polinômio hermetiano cúbico para deflexão e funções lineares para deslocamentos axiais) conduz a uma matriz de massa consistente, envolvendo componentes de massa segundo todos os graus de liberdade, o que implica em um esforço computacional elevado para as estruturas que aqui serão analisadas.

Uma solução alternativa é a utilização da matriz de massa diagonal. Esta matriz pode ser obtida através da seguinte técnica: a massa total do elemento é dividida igualmente entre os nós e segundo os graus de liberdade associados à translação em cada direção. Esta técnica apresenta vantagem de economia de tempo em relação àquela que utiliza uma matriz de massa consistente.

A utilização da matriz de massa na forma diagonal, é bem sabido não introduzir erros substanciais nos resultados, prin-

principalmente no caso das estruturas aqui analisadas, do tipo p \ddot{r} -tico espacial.

II.4. INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Na an \acute{a} lise do comportamento din \acute{a} mico de estruturas mar \acute{i} -timas, como no caso das plataformas *off-shore*, \acute{e} de fundamental import \acute{a} ncia se avaliar a influ \acute{e} ncia do fluido sobre a resposta global da estrutura; principalmente o efeito das for \acute{c} as de on-da, que constituem um dos principais carregamentos para este tipo de estrutura.

Considerando-se inicialmente um elemento estrutural de massa M, com amortecimento estrutural C e rigidez S, e adotan-do-se:

- a) que a dire \acute{c} ~ao de propaga \acute{c} ~ao da onda \acute{e} normal ao eixo da estrutura deste elemento;
- b) que al \acute{e} m do movimento do fluido descrito pela velocidade \dot{v} e a acelera \acute{c} ~ao \ddot{v} , o elemento estrutural tem tam-b \acute{e} m movimento pr \acute{o} prio, descrito pelo deslocamento u, velocidade \dot{u} e acelera \acute{c} ~ao \ddot{u} .

Pode-se escrever a equa \acute{c} ~ao do movimento na forma [3]

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + S u = \rho V (C_M \ddot{v} - (C_M - 1) \ddot{u}) + \frac{1}{2} C_D A |\dot{v} - \dot{u}| (\dot{v} - \dot{u}) \quad (II.37)$$

onde

V - volume do elemento;

A - projeção da área do elemento na direção normal ao fluxo do fluido;

C_M - coeficiente de inércia;

$C_M - 1 = C_A$ - coeficiente de massa d'água adicionada;

C_D - coeficiente de arrasto;

ρ - massa específica do fluido.

A equação (II.37) é freqüentemente escrita na forma alternativa

$$(M + \rho C_A V) \ddot{u} + C \dot{u} + S u = \rho V C_M \ddot{v} + \frac{1}{2} C_D A |\dot{v} - \dot{u}| (\dot{v} - \dot{u}) \quad (\text{II.38})$$

Pode-se observar na equação (II.38) que $(M + \rho C_A V)$ representa agora a massa do elemento, composta da massa real M e de uma parcela de "massa d'água adicionada", $\rho C_A V$. O último termo da equação (II.38) representa a força de arrasto devida à velocidade relativa do fluido, sendo este termo não-linear. No entanto, esta não-linearidade pode ser contornada utilizando-se [4] a relação aproximada

$$|\dot{v} - \dot{u}| (\dot{v} - \dot{u}) = |\dot{v}| \dot{v} - 2 \langle |\dot{v}| \rangle \dot{u} \quad (\text{II.39})$$

(onde $\langle |\dot{v}| \rangle$ representa a média no tempo de $|\dot{v}|$), apropriada para os casos em que o carregamento crítico é causado por ondas de grandes amplitudes e períodos, induzindo pequenas amplificações

na resposta.

Assim, com (II.39), pode-se reescrever (II.38) como,

$$(M + \rho C_A V) \ddot{u} + (C + 2 \langle |\dot{v}| \rangle) \dot{u} + S u = \rho V C_M \ddot{v} + \frac{1}{2} C_D A |\dot{v}| v \quad (\text{II.40})$$

O membro direito da equação (II.40)

$$P(t) = \rho V C_M \ddot{v} + \frac{1}{2} \rho C_D A |\dot{v}| \dot{v} \quad (\text{II.41})$$

representa uma forma já simplificada para avaliar a força de onda incidindo sobre um elemento estrutural.

A equação na forma (II.42), análoga a (II.41)

$$P(t) = \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} \ddot{v} + \frac{1}{2} \rho C_D D |\dot{v}| \dot{v} \quad (\text{II.42})$$

foi proposta de forma semi-empírica por MORISON e colaboradores [5], para o cálculo das forças de onda (por unidade de comprimento), atuando perpendicularmente ao eixo de um pilar cilíndrico vertical, de diâmetro D . Esta equação pode ser justificada pela superposição de dois efeitos. O primeiro efeito é devido a pressões hidrodinâmicas atuando sobre o elemento cilíndrico, quando este é submetido a um escoamento retilíneo bidimensional de um fluido ideal (não viscoso):

$$P_I(t) = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{v} \quad (\text{II.43})$$

O segundo efeito resulta de forças de origem viscosa, quando o cilindro é submetido a um escoamento retilíneo uniforme de um

fluido real:

$$P_V(t) = \frac{1}{2} C_D \rho D |\dot{v}| \dot{v} \quad (\text{II.44})$$

Admitindo-se como possível uma superposição destes dois efeitos ao tratar-se de escoamento retilíneo acelerado com um fluido real, a soma das duas parcelas expressas pelas equações (II.43) e (II.44) resulta na equação (II.42).

No estudo aqui desenvolvido, a interação fluido-estrutura se limita apenas à parcela de massa d'água adicionada, já que se trata de uma análise de frequências de estruturas em vibrações livres não-amortecidas. Pode-se, então, impondo-se estas hipóteses, reescrever a equação (II.40), para um elemento cilíndrico, na forma

$$(M + \rho C_A \frac{\pi D^2}{4} L) \ddot{u} + S u = 0 \quad (\text{II.45})$$

onde L é o comprimento do elemento.

A parcela $\rho L C_A \frac{\pi D^2}{4}$ representa um incremento de força de inércia devido a uma massa de fluido que se "agrega" à estrutura e passa a acompanhar seus deslocamentos. Esta formulação de Morison foi desenvolvida apenas para o cálculo das forças de onda atuando sobre pilares verticais, onde as componentes de velocidade e aceleração são perpendiculares ao eixo do cilindro.

No caso de estruturas aporticadas do tipo plataformas *off-shore*, existe uma série de barras inclinadas em relação à direção da onda incidente e, portanto, a formulação original de

Morison deve ser adaptada. A literatura [6] apresenta várias técnicas para se efetuarem adaptações da formulação original, para o caso de elementos inclinados, e duas destas técnicas são comentadas a seguir.

Técnica I

Admite-se que a força resultante pode ser calculada considerando-se somente a componente na direção da aceleração.

Supõe-se um cilindro inclinado cuja orientação é definida pelos cosenos diretores (b_x, b_y, b_z) como ilustra a Figura II.3.

Arbitrando-se inicialmente a aceleração unitária na direção x , tem-se para a força resultante,

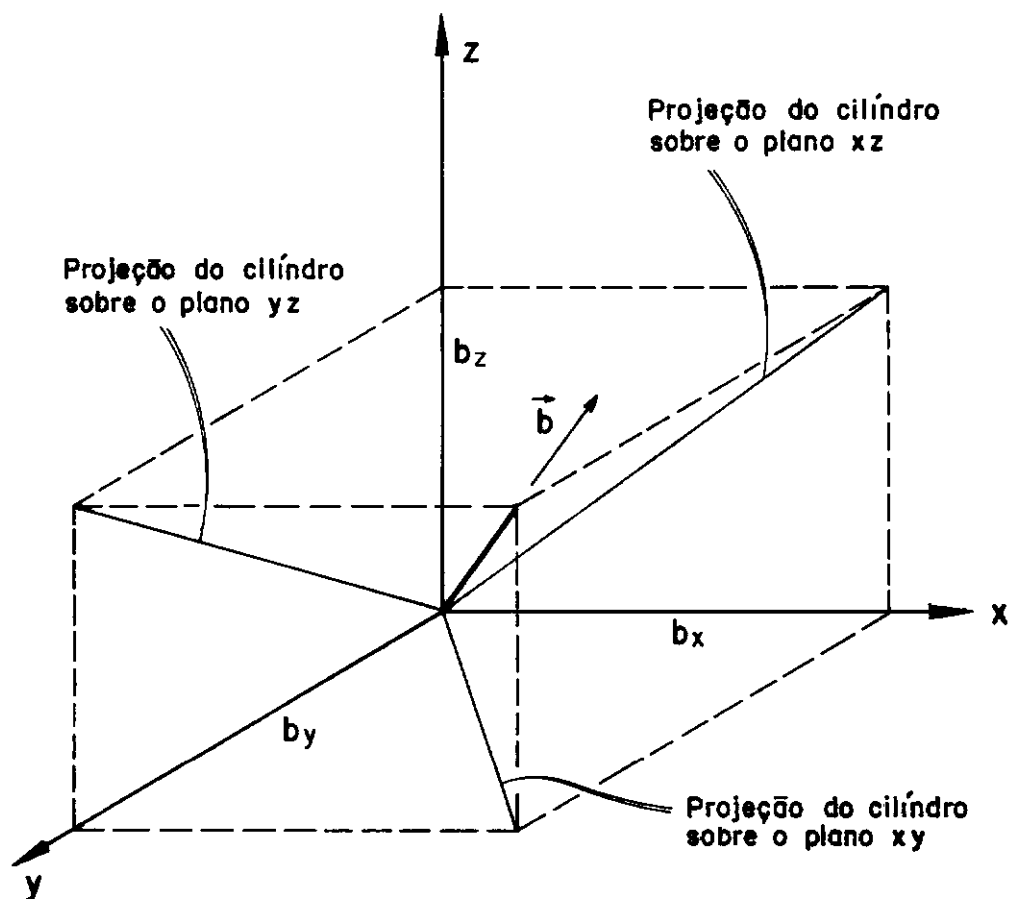
$$P(t) = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} \cdot \sqrt{b_y^2 + b_z^2} |\ddot{v}_x| \hat{i} \quad (\text{II.46})$$

e, sendo, $b_x^2 + b_y^2 + b_z^2 = 1$, tem-se

$$\vec{P}(t) = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{1 - b_x^2} |\ddot{v}| \hat{i} \quad (\text{II.47})$$

A parcela $\rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{1 - b_x^2}$ pode ser associada a um coeficiente de influência (relativo à massa d'água adicionada) da aceleração (na direção x) sobre a força de inércia (na direção x).

Aplicando-se as acelerações unitárias nas outras duas direções y e z , pode-se montar uma matriz de massa d'água adicionada na forma



b_x, b_y, b_z – cosenos diretores

Fig. II.3 - Cilindro inclinado definido pelo vetor \vec{b} , no sistema de referência global da estrutura.

$$\tilde{M}_A(3 \times 3) = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} \begin{vmatrix} \sqrt{1 - b_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1 - b_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1 - b_z^2} \end{vmatrix} \quad (II.48)$$

Técnica II

Nesta hipótese assume-se que a força resultante \vec{e} normal ao eixo do cilindro, desprezando-se para isto a componente tangencial. A Figura II.4, ilustra a componente desta ação normal segundo a direção x .

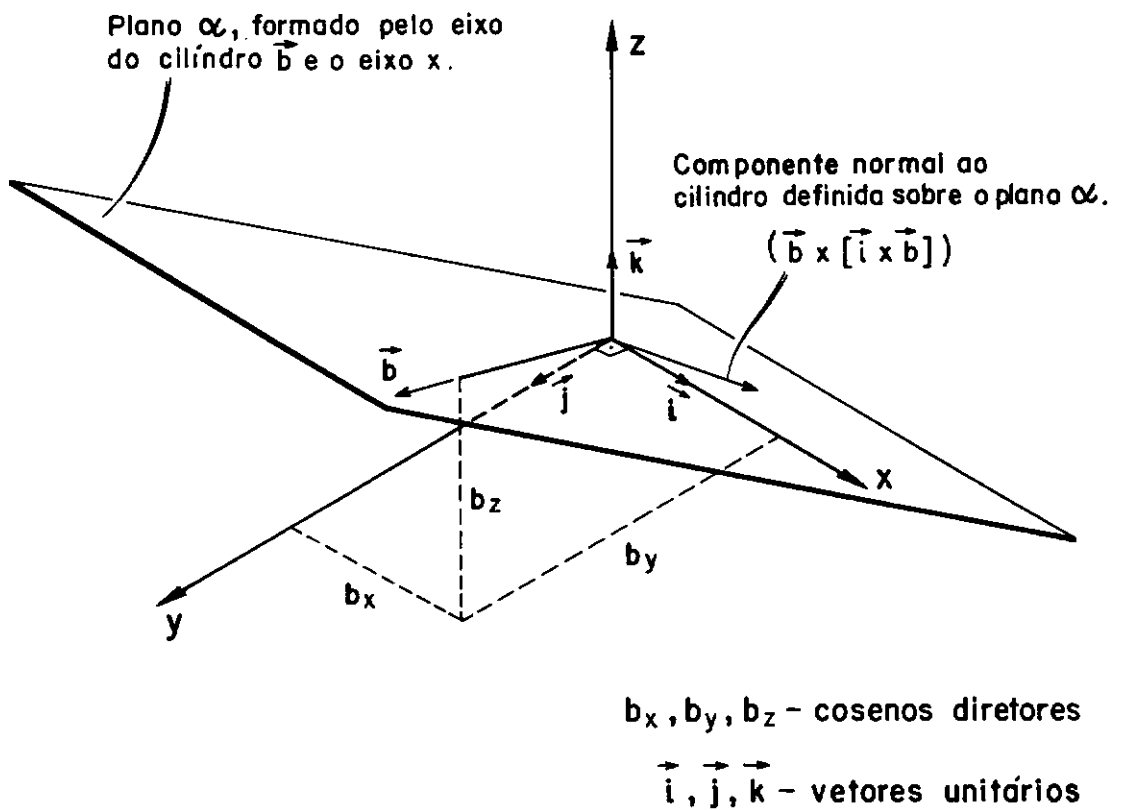


Fig. II.4 - Cilindro inclinado definido pelo vetor \vec{b} , submetido a ação de uma componente da aceleração na direção x .

Supondo-se inicialmente a aceleração unitária na direção x , tem-se que a força resultante neste caso deve estar contida no plano α (ver Figura II.4), formado pelo eixo x e o eixo do cilindro, dada pela seguinte expressão:

$$\vec{P}(t) = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} |\vec{v}_x| \{ \vec{b} \times [\vec{i} \times \vec{b}] \} \quad (\text{II.50})$$

e sendo a orientação do cilindro definida pelos cosenos diretores (b_x , b_y e b_z), a equação (II.50) pode ser reescrita na forma

$$\vec{P}(t) = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} [(1 - b_x^2) \vec{i} + (-b_x b_y) \vec{j} + (-b_x b_z) \vec{k}] \quad (\text{II.51})$$

Aplicando-se as acelerações unitárias nas outras duas direções y e z , obtêm-se a matriz de massa d'água adicionada

$$\tilde{M}_{A(3 \times 3)} = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4} \begin{vmatrix} 1 - b_x^2 & -b_x b_y & -b_x b_z \\ -b_x b_y & 1 - b_y^2 & -b_y b_z \\ -b_z b_x & -b_z b_y & 1 - b_z^2 \end{vmatrix} \quad (\text{II.52})$$

De modo análogo à Técnica I, deve-se montar a matriz de massa d'água adicionada do elemento (pórtico espacial) a partir da matriz (II.52). Para tanto, assume-se que o elemento cilíndrico só possui movimentos de corpo rígido de translação, mantendo-se a hipótese adotada para a Técnica I, de repartição igual de massa para os extremos. Desta forma constrói-se uma matriz, 12x12 expressa por,

$$\bar{M}_A(12 \times 12) = \rho L C_A \frac{\pi D^2}{4}$$

$\frac{1-b_x^2}{2}$	$-\frac{b_x b_y}{4}$	$-\frac{b_x b_z}{4}$	0	0	0	0	$-\frac{b_x b_y}{4}$	$-\frac{b_x b_z}{4}$	0	0	0
$\frac{1-b_y^2}{2}$	$-\frac{b_y b_z}{4}$	0	0	0	$-\frac{b_x b_y}{4}$	0	$-\frac{b_y b_z}{4}$	0	0	0	0
$\frac{1-b_z^2}{2}$	0	0	0	$-\frac{b_x b_z}{4}$	$-\frac{b_y b_z}{4}$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\frac{1-b_x^2}{2}$	$-\frac{b_x b_y}{4}$	$-\frac{b_x b_z}{4}$	0	0	0	0	$\frac{1-b_y^2}{2}$	$-\frac{b_y b_z}{4}$	0	0	0
$\frac{1-b_y^2}{2}$	$-\frac{b_y b_z}{4}$	0	0	0	0	0	$\frac{1-b_z^2}{2}$	0	0	0	0
$\frac{1-b_z^2}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Simétrica

(II.53)

A forma da matriz (II.53) pode ser verificada através de uma matriz de transformação \underline{T} , com elementos não nulos nos graus de liberdade de translação,

$$\underline{M}_{A(3 \times 3)} = \underline{T}^t \underline{M}_{A(12 \times 12)} \underline{T} \quad (\text{II.54})$$

onde,

$$\underline{u} = \underline{T} \cdot \underline{U} \quad (\text{II.55})$$

e de forma explícita

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \\ u_9 \\ u_{10} \\ u_{11} \\ u_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_I \\ U_{II} \\ U_{III} \\ U_{IV} \\ U_V \\ U_{VI} \end{pmatrix} \quad (\text{II.56})$$

De posse de uma das Técnicas (I ou II), pode-se avaliar as forças de inércia sobre a estrutura oriunda da "massa d'água adicionada".

mero de Reynolds recomendados pelo *Shore Protection Manual* [7].

Tabela II.1 - Coeficientes C_M em função do número de Reynolds segundo *Shore Protection Manual*

Reynolds	Coeficiente de Inércia (C_M)
$< 2,5 \times 10^5$	2,0
$2,5 \times 10^5$ a 5×10^5	variação linear 2,0 - 1,5
$> 5,0 \times 10^5$	1,5

Ensaio realizados com Modelos Reduzidos de uma plataforma fixa [7] e uma auto-elevatória mostram que o valor de $C_M = 2$ (ou alternativamente $C_A = 1$) são plenamente satisfatórios para estruturas vibrando imersas em fluido em repouso, para as quais o valor médio estimado para o número de Reynolds é bem menor que $2,5 \times 10^5$.

Esta aferição foi feita comparando-se os resultados obtidos com a modelagem numérica, do modelo construído com $C_M = 2$, aos resultados experimentais para a estrutura na água. A comparação dos resultados em frequência para o modelo da plataforma fixa é apresentado mais adiante neste trabalho na Tabela II.2, da seção II.5.2; e os resultados para a perna da plataforma auto-elevatória aqui estudada são apresentados no Capítulo VI.

II.5. PROGRAMA DINESP

O problema dinâmico linearizado descrito pela equação (II.26) quando aplicado a estruturas de grande porte, como as plataformas *off-shore*, envolve naturalmente uma modelagem com alto grau de discretização e sua solução necessita do auxílio de um sistema computacional. Este sistema, por sua vez, deve ter como características fundamentais a otimização do tempo de solução e de memória central do computador.

Muito embora estas características sejam de fato fundamentais sob uma ótica de eficiência e, portanto, de custo, a adoção do sistema DINESP [9] deve-se também a sua seqüência lógica de apresentação, de grande grau de clareza, dirigida ao usuário. Estes aspectos facilitam sobremaneira sua implementação em computadores distintos daquele para o qual foi originalmente desenvolvido.

O programa DINESP foi desenvolvido para um computador DECK-10 no L.N.E.C. (Laboratório Nacional de Engenharia Civil de Lisboa), pelo Engº A. Vale e Azevedo sob a orientação do Profº H.L. Soriano do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ.

Algumas das características importantes do sistema DINESP são indicadas a seguir:

a) a estrutura do programa é inteiramente geral no que se refere à formação de matrizes de rigidez e de massa, podendo, por conseguinte, ser adaptado com facilidade para qualquer outro tipo de elemento;

b) a técnica adotada para o armazenamento das matrizes de

massa e rigidez aproveita as características de esparcidade e simetria destas matrizes. Este armazenamento é feito em perfil por altura efetiva de coluna e mostra-se muito eficiente no que diz respeito a:

- minimização das operações com os coeficientes armazenados;
- particionamento automático em blocos com correspondente transferência para a memória auxiliar;
- acesso seqüencial em arranjos unidimensionais;

c) fatoração das matrizes de rigidez e da matriz transformada na seqüência de Sturm, através do método de Cholesky; o qual tem se mostrado adequado ao sistema de particionamento em blocos;

d) utilização do Método de Iteração por Sub-Espaço [10] para a solução do problema de auto-valor;

e) geração dos vetores de partida pode ser feita de forma automática [11] ou a partir de apropriação modal sob carregamento dado pelo próprio usuário;

f) utilização, opcional, da seqüência de Sturm para verificar os auto-valores obtidos;

g) elaboração do programa de forma a permitir efetuar recomeço de cálculo aproveitando os resultados que se encontram gravados, possibilitando, assim, o cálculo de auto-valores além daqueles já gravados.

O desenvolvimento inicial do sistema DINESP não previu a

análise de estruturas marítimas. Por isso, foram implantadas rotinas especiais de cálculo, como as de massa d'água adicionada indispensáveis na análise de plataforma *off-shore*. O trabalho de implantação do sistema DINESP no B6700, do NCE/UFRJ juntamente com a implementação destas rotinas constituem parte deste trabalho de tese.

II.5.1. TÉCNICA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE AUTO-VALOR

O algoritmo de solução do problema de auto-valor embutido no sistema DINESP é baseado no Método de Iteração por Sub-Espaço, desenvolvido por K.J. BATHE [10]. Este processo consiste num método iterativo, com o objetivo de determinar os primeiros "p" auto-valores e seus respectivos auto-vetores, de modo a satisfazer aproximadamente as equações (II.26). Neste processo, os primeiros auto-vetores ϕ_i formam uma base (orto-normalizada em relação à matriz de massa) para os operadores \underline{M} e \underline{S} ; esta base define o sub-espço E_∞ (sub-espço das soluções mais aproximadas).

Inicia-se o processo arbitrando-se de modo conveniente [11] um conjunto de vetores de partida arrumados por colunas na matriz \underline{X}_k de dimensão $n \times q$, onde n é o número de graus de liberdade da estrutura e q é o número de vetores de partida. Este conjunto de vetores \underline{X}_k constitui uma base para o sub-espço E_1 ; o método procura levar este sub-espço E_1 até E_∞ através de iterações como são apresentadas a seguir:

a) inicia-se a iteração calculando-se \underline{X}_{k+1} na equação

$$\underline{S}_{(n,n)} \cdot \underline{X}_{k+1(n,q)} = \underline{M}_{(n,n)} \cdot \underline{X}_k(n,q) \quad (\text{II.57})$$

b) o passo seguinte é projetar os operadores \underline{S} e \underline{M} no sub-espaco E_{k+1} , utilizando-se \underline{X}_{k+1} como é mostrado nas equações

$$\underline{S}_{k+1(q,q)} = \underline{X}_{k+1(q,n)}^T \cdot \underline{S}_{(n,n)} \cdot \underline{X}_{k+1(n,q)} \quad (\text{II.58a})$$

$$\underline{M}_{k+1(q,q)} = \underline{X}_{k+1(q,n)}^T \cdot \underline{M}_{(n,n)} \cdot \underline{X}_{k+1(n,q)} \quad (\text{II.58b})$$

c) nesta etapa da iteração, calculam-se os auto-valores e auto-vetores através do método de Jacobi - Generalizado aplicado ao problema descrito pela equação

$$\underline{S}_{k+1(q,q)} \cdot \underline{\phi}_{k+1(q,j)} = \underline{M}_{k+1(q,q)} \cdot \underline{\phi}_{k+1(q,j)} \cdot \lambda_{k+1(j)}$$

para $j = 1, 2, \dots, q$

(II.59)

onde

$\underline{\phi}_{k+1(n,j)}$ - é o j-ésimo auto-vetor do sub-espaco E_{k+1}

$\lambda_{k+1(j)}$ - é o j-ésimo auto-valor

d) comparando-se, um a um, os p primeiros auto-valores desta iteração com a anterior, tem-se:

- se não tiver ocorrido a convergência

$$\underline{X}_k(n,q) = \underline{M}_{(n,n)} \cdot \underline{X}_{k+1(n,q)} \cdot \underline{\phi}_{k+1(q,q)} \quad (\text{II.60})$$

retornando-se à equação (II.57), sendo \underline{X}_k o vetor de partida para uma nova iteração.

- se ocorreu a convergência

$$\underline{\phi}(n,q) = \underline{X}_{k+1}(n,q) \cdot \underline{\phi}_{k+1}(q,q) \quad (\text{II.61})$$

onde

$\underline{\phi}(n,q) \equiv \underline{\phi}_i$ - são os "p" auto-vetores requeridos pela equação (II.26)

$\lambda_{k+1}(q) \equiv w_i^2$ - são os "p" auto-valores requeridos pela equação (II.26).

II.5.2. VERIFICAÇÃO DA PRECISÃO DE SOLUÇÃO

O sistema DINESP foi testado exaustivamente através de exemplos escolhidos, para avaliar a precisão de cálculo. Apresentam-se a seguir dois dos exemplos utilizados na fase de teste:

Plataforma Fixa

Este exemplo utilizou os dados de um modelo reduzido de uma plataforma *off-shore* fixa [8]. Este exemplo serviu para verificar a eficiência do sistema DINESP na análise de estruturas de grande porte. Aproveitou-se ainda este exemplo para testar a matriz de massa d'água adicionada (Técnica I) e a matriz de massa diagonal, através de comparação entre os resultados numéricos, obtidos com os sistemas DINESP, ADEP [12] e resultados experimentais. Esta comparação de resultados é apresentada na

Tabela II.2. As Figuras II.5 ilustram alguns modos de vibração do modelo da plataforma fixa [8].

Tabela II.2 - Comparação entre os resultados em frequências (Hz) obtidos pelo DINESP, ADEP e Experimental para a plataforma fixa, vibrando em meio fluido (água)

	Frequências (Hz)			
	1º Modo do Duto	2º Modo do Duto	1º Modo Global de Flexão	1º Modo Global de Torção
DINESP	6,52	6,67	6,80	19,31
ADEP	6,50	6,63	6,80	19,36
Experimental	(*)	(*)	6,96	18,84

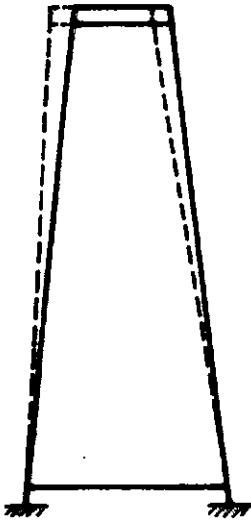
(*) Estes modos só foram identificados experimentalmente com instrumentação nos dutos para a estrutura no ar [8].

Coluna Engastada e Livre sob Carregamento Transversal

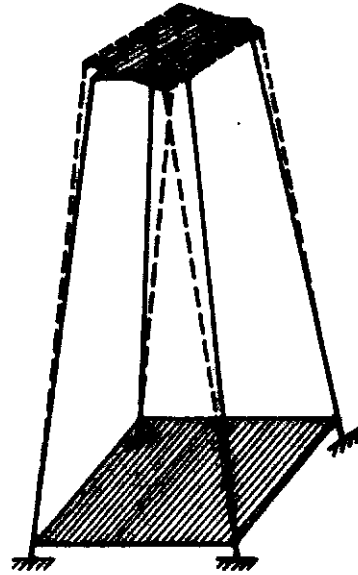
Este exemplo serviu para testar a apropriação modal, induzida por carregamento escolhido e fornecido ao sistema DINESP pelo usuário.

Esta técnica serve para diminuir os custos na procura de modos mais altos, por vezes necessários em uma análise dinâmica estrutural.

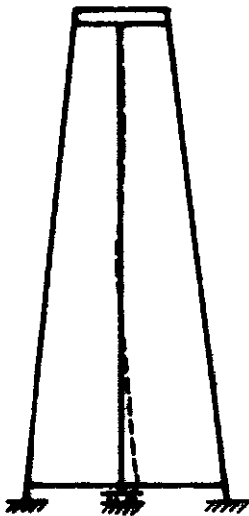
A coluna engastada e livre de seção retangular, ilustrada na Figura II.6, serviu de exemplo para o uso da técnica de



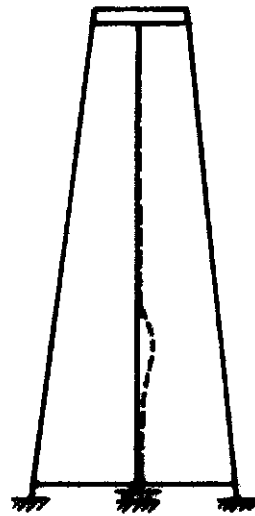
1º modo de flexão
global.



1º modo de torção
global.



1º modo de flexão
dos dentes.



2º modo de flexão
dos dentes.

Fig. II.5 - Modos de vibração do modelo da Plataforma Fixa, associados às frequências naturais apresentadas na Tab. II.2 [8].

apropriação modal.

O carregamento mostrado, foi usado para induzir os modos globais de flexão, numa direção associada ao plano de maior rigidez, e o modo global de torção. A vantagem desta técnica, em comparação com o simples cálculo da seqüência natural de autovalores, é de "pinçar" da seqüência natural primeiramente aqueles modos e freqüências induzidas pelo carregamento.

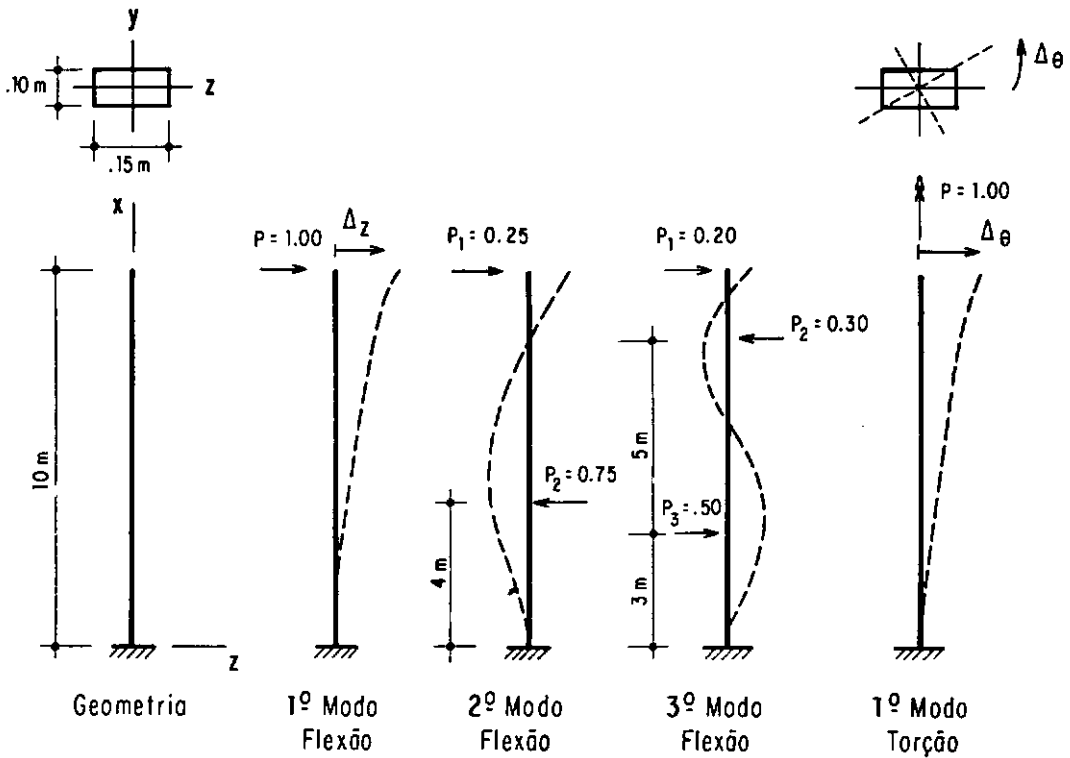


Fig. II.6 - Coluna engastada e livre de seção retangular, submetida a quatro tipos de carregamentos, que induzem a modos de flexão na direção z e ao 1º modo de torção.

Os resultados obtidos para os modos de vibração e as frequências, são apresentados nas duas primeiras colunas da Tabela II.3, mostrando-se ainda na 3ª coluna desta tabela a ordem de cada um destes modos na seqüência natural de auto-valores.

Tabela II.3 - Resultados em frequência (Hz) para a viga engastada-livre

Modo de Vibração	Frequência (Hz)	Número na seqüência ordenada
1º modo flexão na direção z	1,24	2º
2º modo flexão na direção z	7,77	4º
3º modo flexão na direção z	21,76	6º
1º modo de torção	79,51	12º

Embora pequeno, este exemplo serve para demonstrar a vantagem desta técnica; sem sua utilização o 3º modo global de flexão na direção z, por exemplo, só apareceria em 6º lugar na seqüência natural. Para estruturas de grande porte, pode-se imaginar facilmente que, com a ocorrência de diversos modos locais, um 3º modo global de flexão teria na seqüência natural uma ordem bastante alta. Resultados obtidos para a plataforma fixa do exemplo anterior, mostram que o 3º modo global de flexão tem a ordem 36ª na seqüência natural.

CAPÍTULO III

MODELO ESTRUTURAL SIMPLIFICADO

III.1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foi descrito um sistema computacional que possibilita a análise dinâmica, em termos de frequência, de estruturas com muitos graus de liberdade. Com a utilização deste sistema pode-se, através de uma modelagem numérica apropriada, analisar o comportamento dinâmico do protótipo estrutural sob investigação.

O protótipo escolhido para a análise numérica-experimental consiste num dos elementos de sustentação de uma plataforma auto-elevatória em fase de projeto na PETROBRÁS S.A., denominada AE-48 [13]. Pretende-se aqui desenvolver modelagens física e numérica que possibilitem analisar este elemento de sustentação (perna da plataforma auto-elevatória) de modo isolado, mas reproduzindo da maneira mais aproximada possível o comportamento mecânico que esta sub-estrutura apresenta quando parte integrante da estrutura global. Entretanto, esta simplificação de-

ve ser acompanhada de uma preocupação quanto à modelagem das ligações mecânicas perna-convês, de tal forma que estas sejam realizáveis em um modelo físico experimental.

III.2. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA COMPLETA

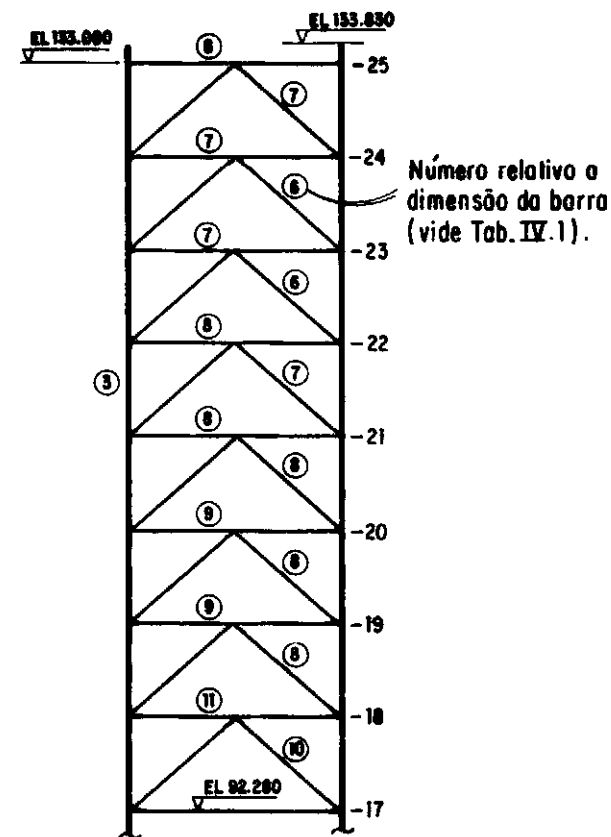
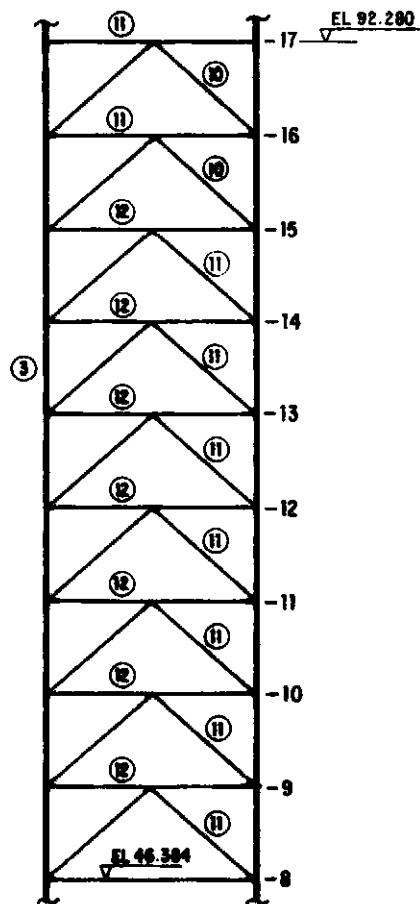
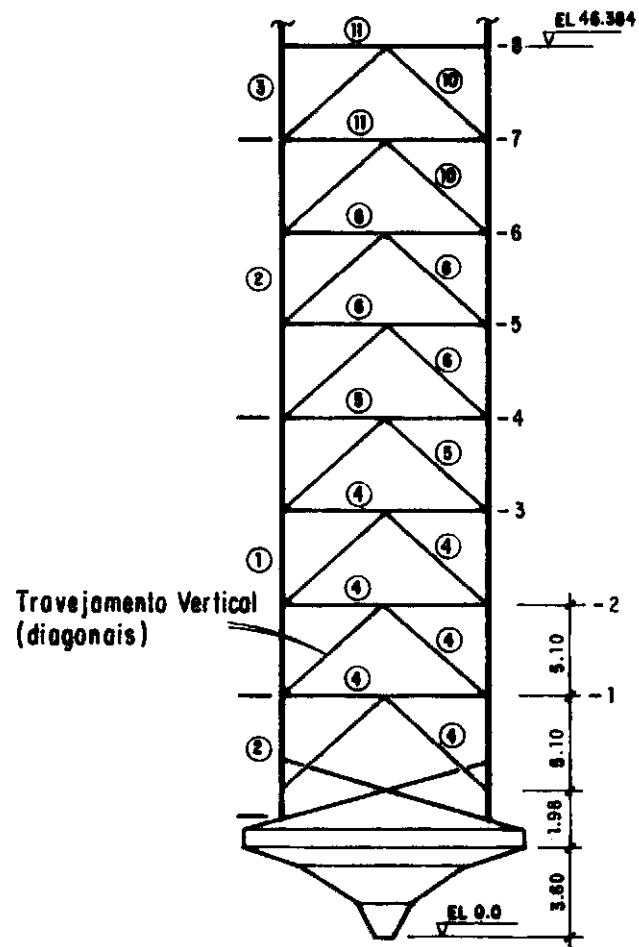
A plataforma auto-elevatória AE-48, é uma es-
trutura em projeto para operar em lâmina d'água de até 100 m.
É constituída de um convês rígido de forma triangular e três
elementos de sustentação, como ilustram as Fotos III.1 do mo-
delo reduzido ensaiado [14].

As pernas, também de seção transversal triangular, são es-
truturas tubulares com módulos em forma de K e contendo também
travejamentos horizontais (andares, num total de 25) ao longo
da altura, distando entre si 5,10 metros. As Figuras III.1 e
III.2 mostram respectivamente uma vista frontal e uma seção
transversal (andar), da estrutura de sustentação.

A ligação entre as pernas e o convês é feita através de
um conjunto de duas guias e um sistema pinhão-cremalheira para
cada *chord*, permitindo deslocamento relativo entre pernas e con-
vês na direção vertical conforme ilustrado na Figura III.3.

As ligações solo-estrutura se dão através de sapatas, rí-
gidas, de forma cônica com "ponteira", conforme ilustrado na Figu-
ra III.4 e na Foto III.2.

As principais características física-geométricas desta



Número relativo a
dimensão da barra
(vide Tab. IV.1).

Unidades em metros

Fig. III.1 - Vista lateral de uma das pernas da plataforma Auto-Elevatória AE 48 (8ª configuração) [13].

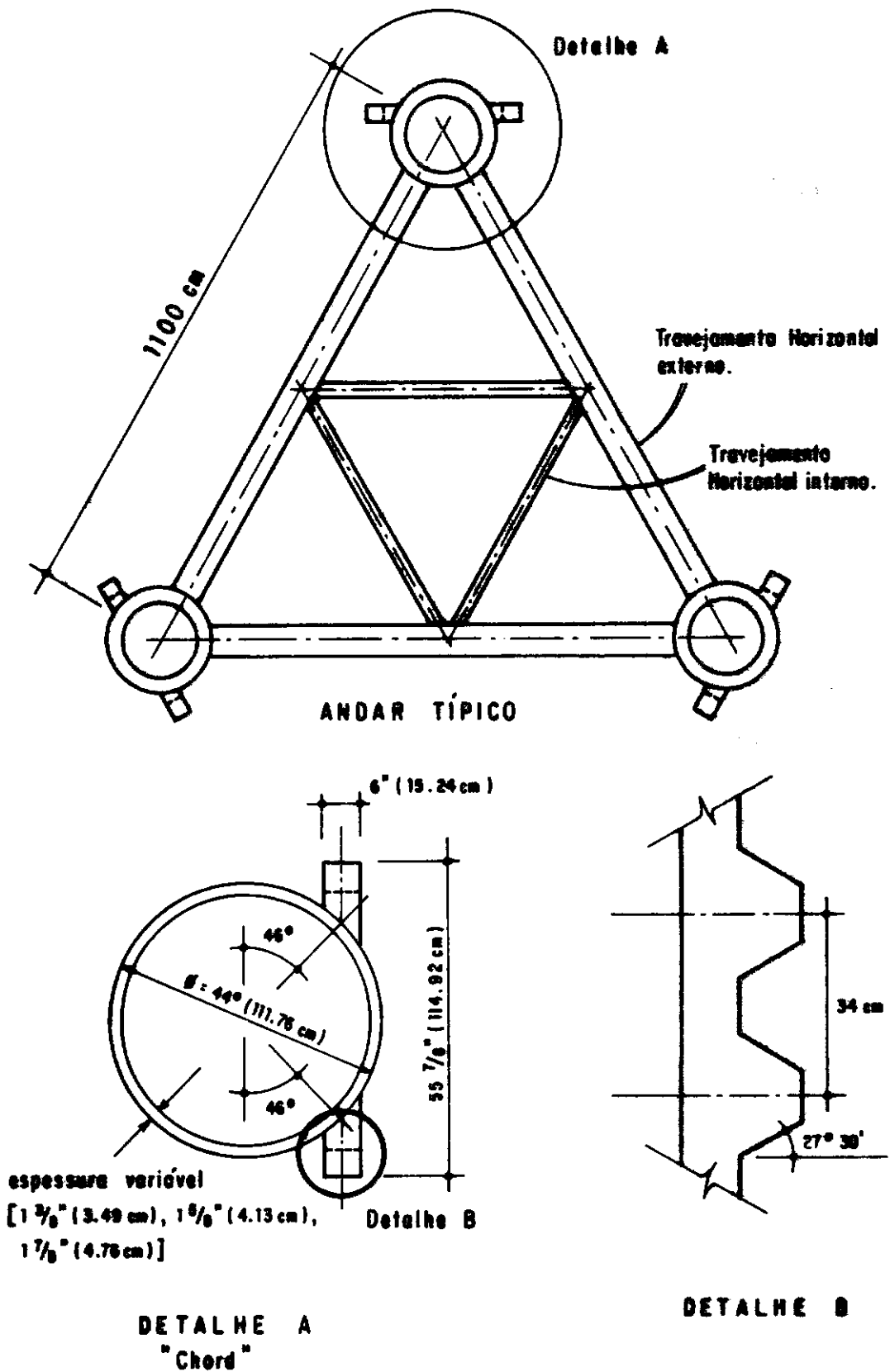


Fig. III.2 - Seção tipo da perna da plataforma auto-elevatória AE48 [13].

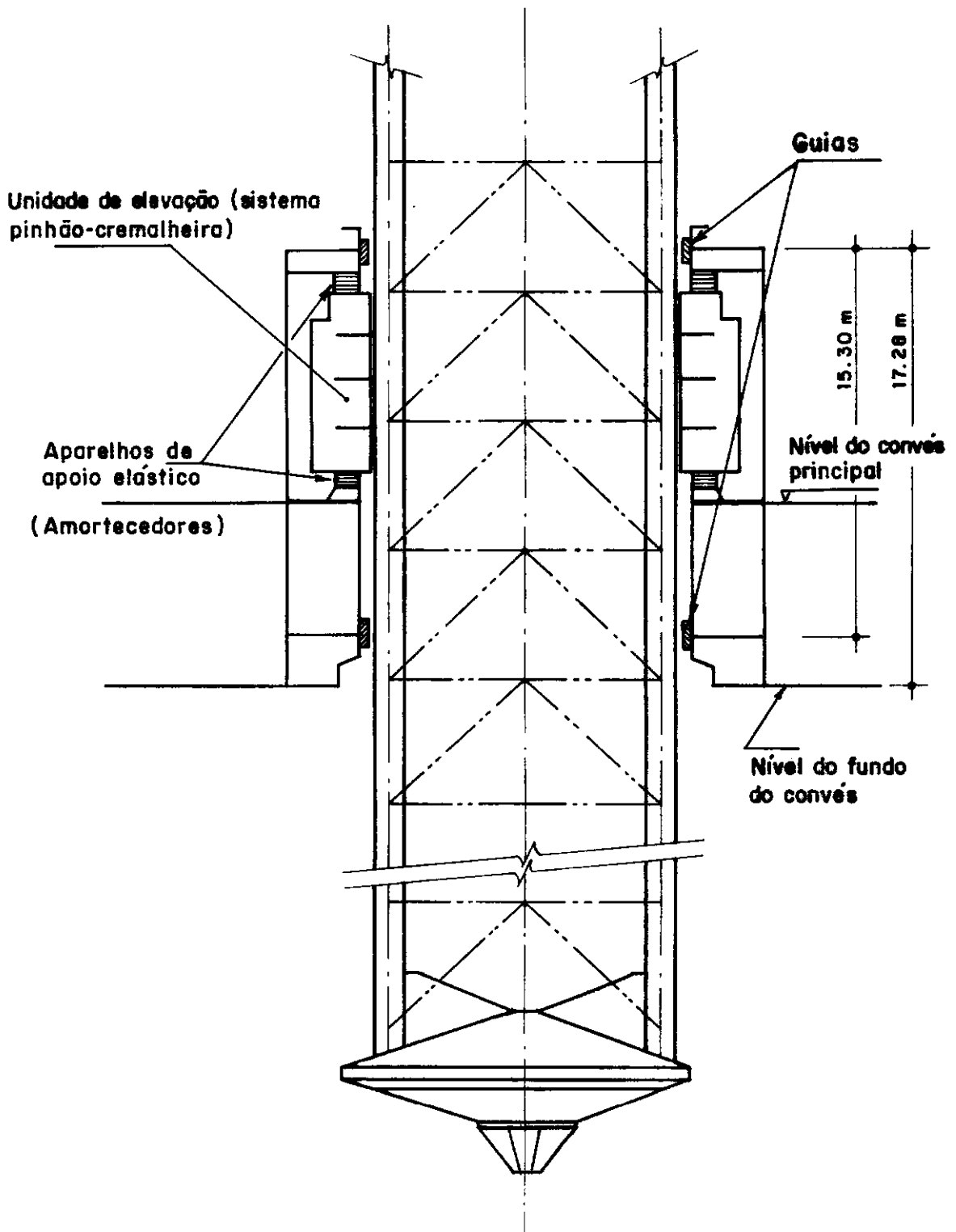


Fig. III.3 - Ligação entre pernas e convés, através de sistemas Pinhão-cremalheira e guias.

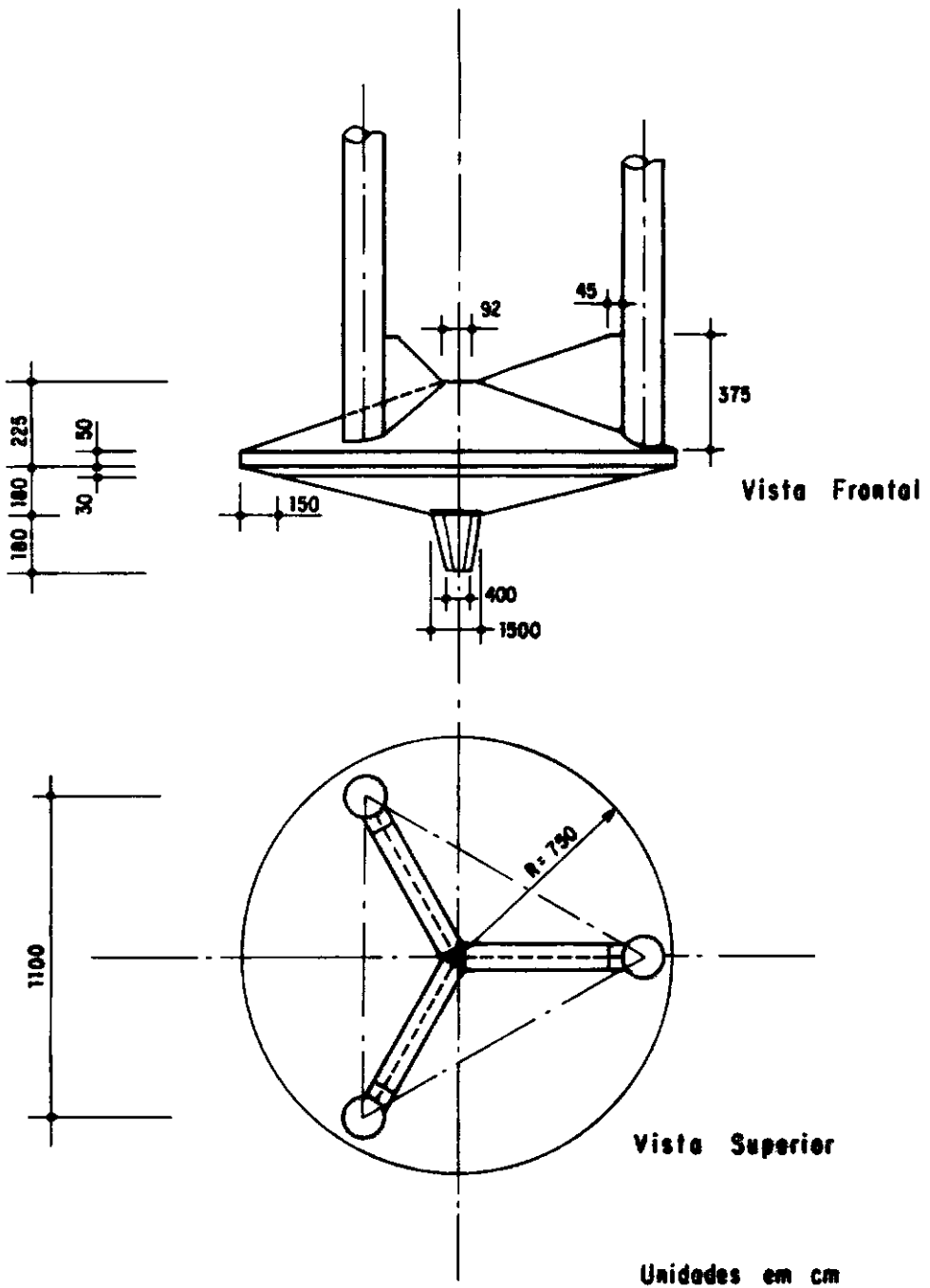


Fig. III.4 - Vistas frontal e superior da sapata da plataforma auto-elevatória AE 48 [13].



Foto III.1a - Vista do modelo reduzido da plataforma
AE-48 [14]

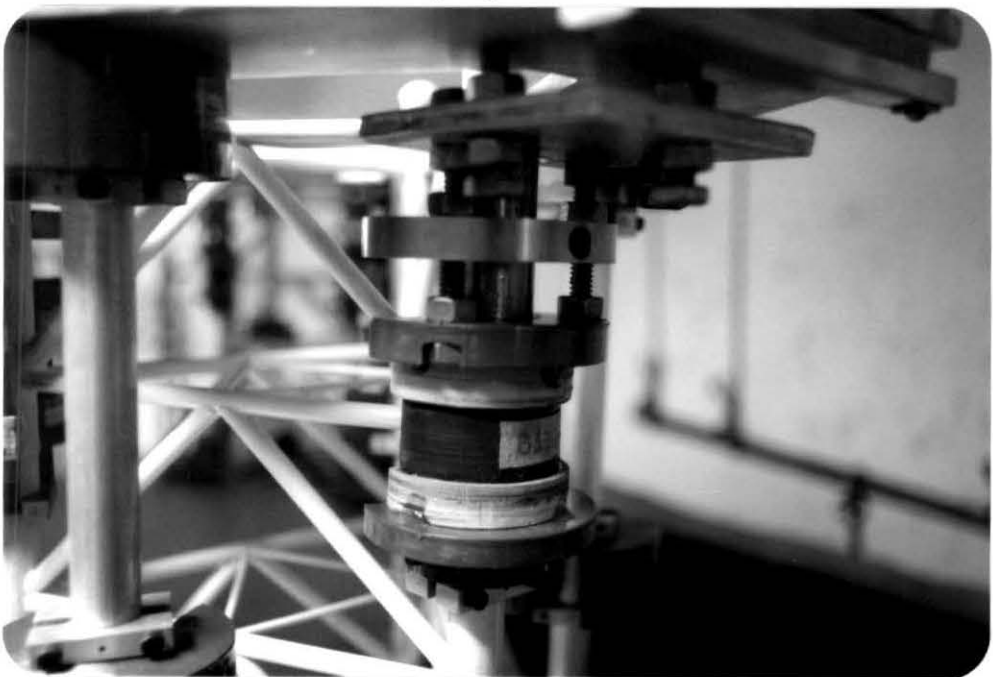


Foto III.1b - Detalhe da ligação convês-pernas do modelo
reduzido da plataforma AE-48 [14]



Foto III.2 - Vista de uma sapata do tipo utilizada em plataforma auto-elevatória

plataforma *off-shore* são indicadas a seguir:

a) distância entre <i>chords</i>	= 11 m
b) distância entre níveis horizontais (andares)	= 5,10 m
c) diâmetro externo do <i>chord</i>	= 44" (1,12 m)
d) comprimento da perna sem considerar a sapata	= 128,25 m
e) altura da sapata	= 5,85 m
f) altura total da perna + sapata	= 133,83 m
g) posição da cremalheira	= 46°
h) peso por perna sem sapata	= 8.800,00 kN
i) peso do convês	= 80.000,00 kN

III.3. MODELAGENS FÍSICA E NUMÉRICA DO PROTÓTIPO

As modelagens física e numérica da plataforma auto-elevatória AE-48, foram baseadas numa configuração de projeto, para uma posição do convês correspondente à lâmina d'água de 100 m [13]. Estas modelagens, juntamente com os resultados numéricos são apresentados com o intuito de mostrar o comportamento dinâmico em termos de frequências da estrutura completa.

As principais hipóteses adotadas nas modelagens física e numérica são:

a) A discretização da estrutura seguiu a concepção simplificada de modelagem descrita na seção (II.3), fazendo-se coincidir os nós físicos da estrutura com os da malha de elementos finitos, no que diz respeito à perna.

b) Para a determinação das propriedades geométricas da seção equivalente do *chord*, considerou-se a contribuição da cremalheira desprezando-se os dentes.

c) As sapatas foram consideradas rotuladas no fundo do mar e simuladas aproximadamente, por seis elementos com rigidez "infinita" e massa nula, como ilustra a Figura III.5.

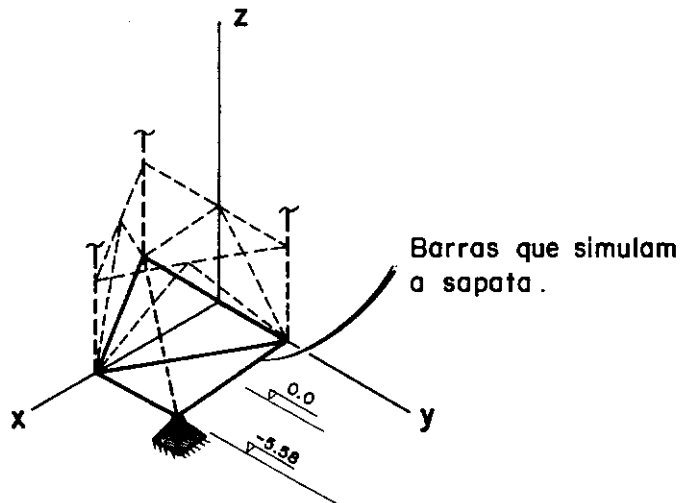


Fig. III.5 - Simulação da sapata utilizada na modelagem física.

d) A massa específica dos elementos da perna foi majorada para levar em consideração a massa de elementos não estruturais (diafragmas, borboletas, dentes da cremalheira e anodos).

e) O convês foi considerado como tendo rigidez "infinita" em relação à rigidez das pernas, sendo modelado de forma aproximada por elementos suficientemente rígidos e sua massa distribuída igualmente entre os nós formados por estas barras.

f) Para simular as ligações entre o convês e as pernas foram introduzidos nós vizinhos, situados nos *chords* das pernas e na estrutura do convês, de modo a introduzir as condições de ligação das guias (permitindo o deslocamento vertical e as rotações segundo os eixos horizontais e verticais) e do sistema pinhão-cremalheira (conexões elásticas representadas por molas verticais, com $K = 500.000,00 \text{ kN/m}$), como ilustra a Figura III.6.

g) Na determinação da massa d'água adicionada, admitiu-se: coeficiente de inércia $C_M = 2$ e para os *chords*, um diâmetro equivalente $D = 47,23''$ (1,20 m).

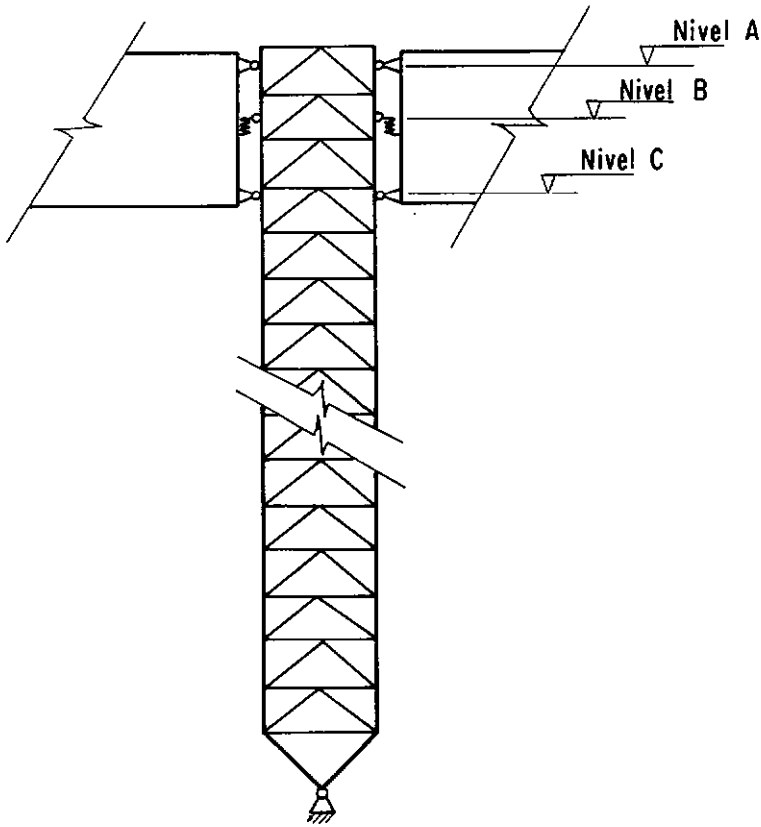


Fig. III.6 - Croquis da modelagem física da ligação perna-convés.

III.4. MODELAGEM FÍSICO-NUMÉRICA DO ELEMENTO DE SUSTENTAÇÃO ISOLADO

Para a discretização da estrutura de sustentação da plataforma auto-elevatória, como uma estrutura independente, pode-se manter as hipóteses a, b, c, d e g, apresentadas na seção III.3 para a estrutura completa.

A simulação das ligações entre convês e perna deve ser modificada passando-se a utilizar apoios de forma a garantir o comportamento dinâmico e a estabilidade que a perna possuía, quando integrada à estrutura completa.

Esta simulação foi denominada "Simulação S1", sendo apresentadas a seguir as hipóteses para as modelagens física e numérica:

a) As guias são simuladas através de restrições à rotação nas três direções, mantendo-se os deslocamentos de translação.

b) O sistema pinhão-cremalheira é modelado através de apoio rígido que restringe somente o deslocamento vertical.

c) A massa do convês foi considerada igualmente dividida nas três pernas. Portanto, nesta simulação, será considerado $1/9$ da massa total do convês para cada *chord* da perna analisada, introduzida no mesmo nível onde atua o sistema pinhão-cremalheira.

d) Considerando-se que os níveis A e B e o nível C passam a coincidir com os andares 25 e 22 respectivamente para maior simplificação da modelagem, isto é indicado na Figura III.7.

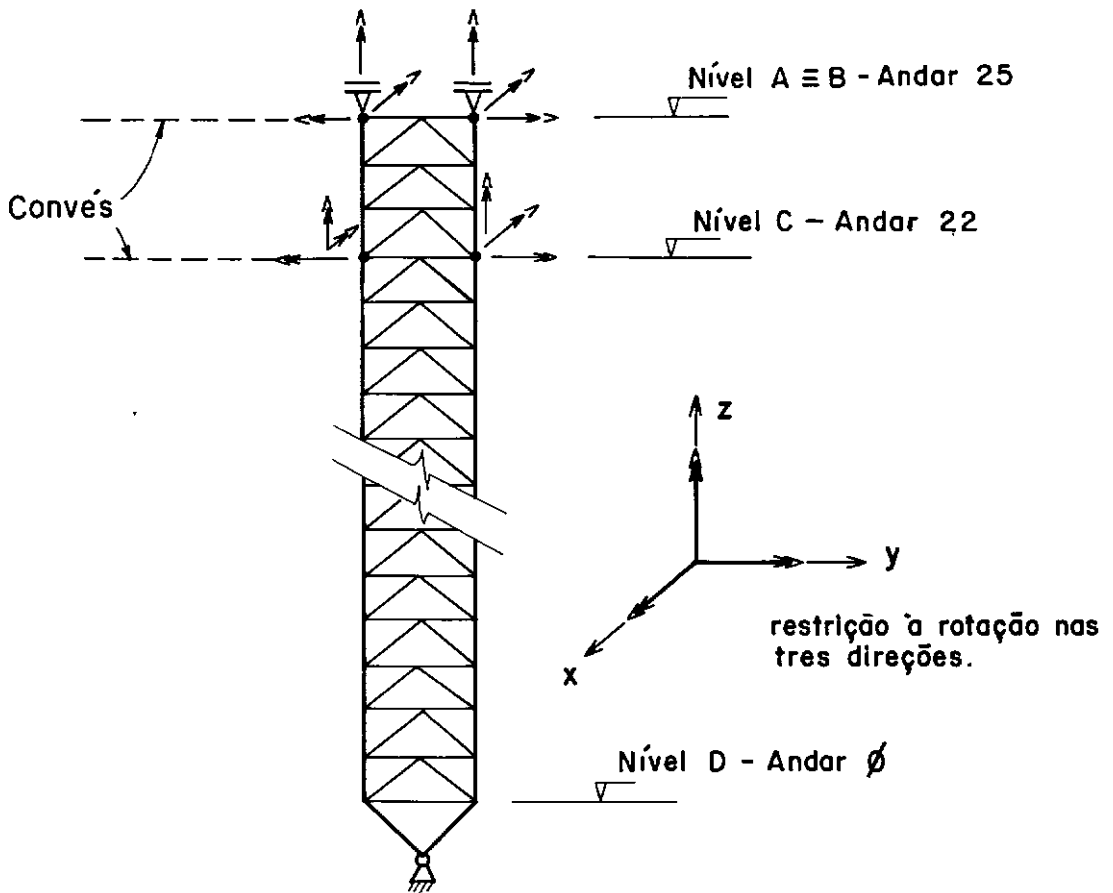


Fig. III.7 - Croquis da simulação S1, para análise da perna isolada, ressaltadas as restrições utilizadas.

III.5. PROCURA DE UM MODELO EXPERIMENTALMENTE VIÁVEL

Observando-se o primeiro modo de flexão da estrutura, verifica-se uma grande semelhança entre o 1º modo de flexão de uma viga engastada e livre e a de uma das pernas; isto é ilustrado na Figura III.8, para a Simulação S1.

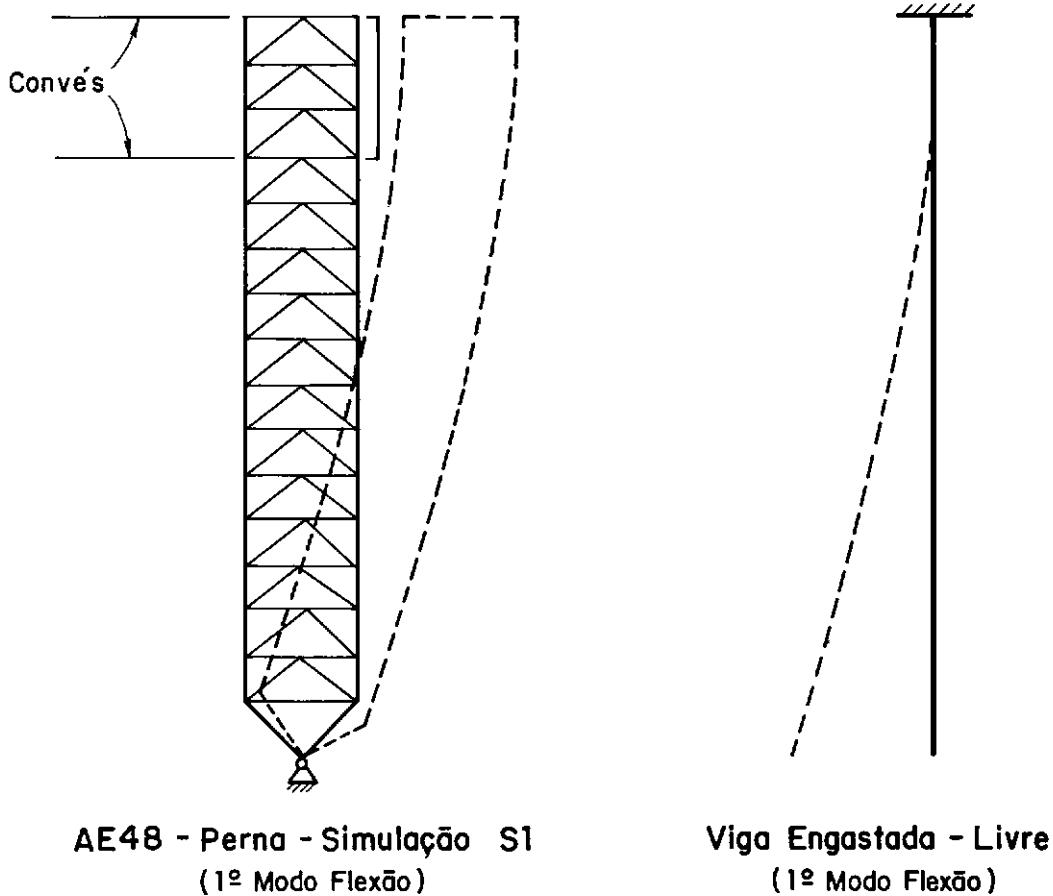


Fig. III.8 - Comparação entre o 1º Modo Flexão de uma viga Engastada - Livre e da Perna da Plataforma AE48 - Simulação S1.

A Simulação S1 embora tendo demonstrado resultados numéricos satisfatórios, ficou inviável face às dificuldades da realização experimental das condições de ligação impostas.

Assim, adotou-se para a Simulação S2 a estrutura invertida, como mostra a Figura III.9.

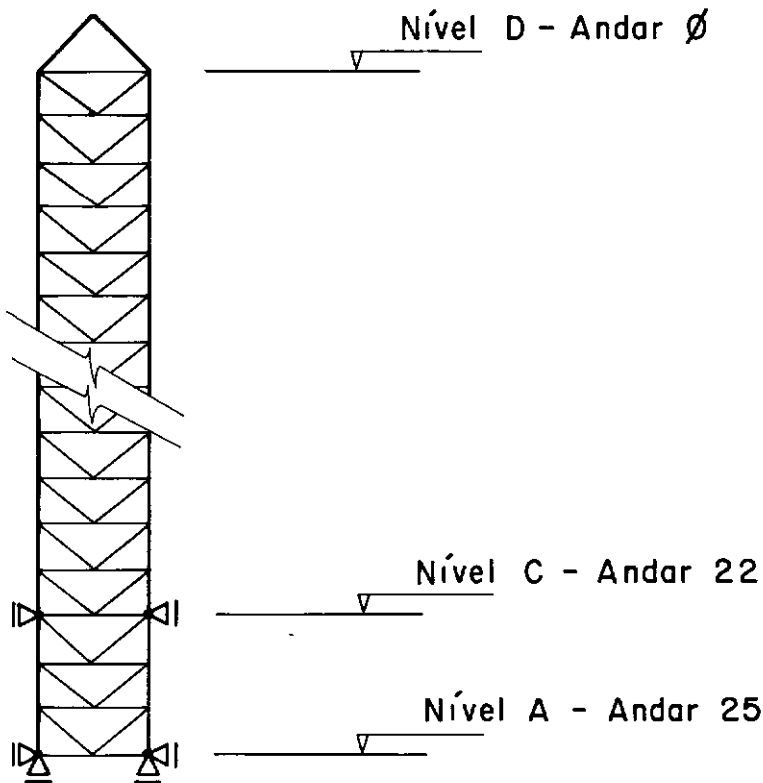


Fig. III. 9 - Croquis da simulação S2, para análise da perna isolada (invertida), ressaltam-se as restrições utilizadas.

São apresentadas a seguir as principais hipóteses para esta Simulação S2:

a) São mantidas as hipóteses a, b, c, d e g apresentadas na seção III.3, para o protótipo completo.

b) As guias são representadas por restrições aos deslocamentos horizontais nos níveis A e C.

c) O sistema pinhão-cremalheira é simulado por apoio rígido que restringe o deslocamento vertical no nível A.

d) Mantém-se a hipótese adotada no item c da Simulação S1 (referente à massa do convês), que passa a ser introduzida no nível D.

Apesar da simplicidade já alcançada com a Simulação S2, deve-se observar que o modelo reduzido é construído em material plástico, e as restrições que representam as guias inferiores poderiam vir a danificá-lo.

A Figura III.10 ilustra a Simulação S3, que atende a este problema construtivo e apresenta uma maior simplicidade construtiva.

As hipóteses a e d da Simulação S2 são mantidas para a Simulação S3 e considera-se a perna engastada no nível A.

A seguir, apresenta-se na Tabela III.1 os resultados numéricos em frequência, obtidos do protótipo completo e das três Simulações S1, S2 e S3. As Figuras III.11 ilustram os modos de vibração associados às frequências tabeladas para as três simulações.

Observa-se na Tabela III.1 que as frequências naturais associadas ao 1º modo de flexão são, para todas as simulações de uma perna isolada, plenamente satisfatórias quando comparadas aos resultados obtidos com as modelagens do protótipo completo; naturalmente, este fato é mais evidente no caso de apoios rígidos.

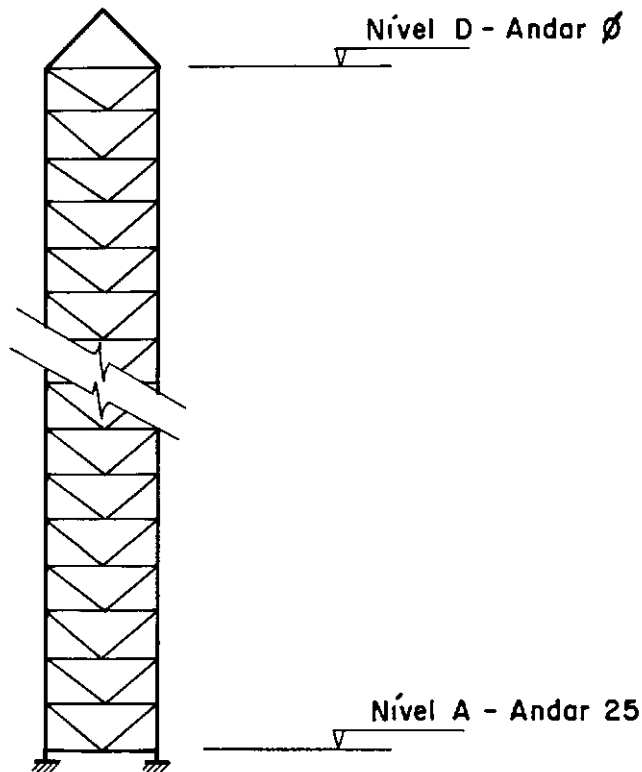
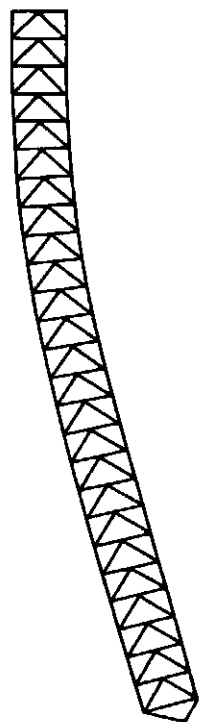


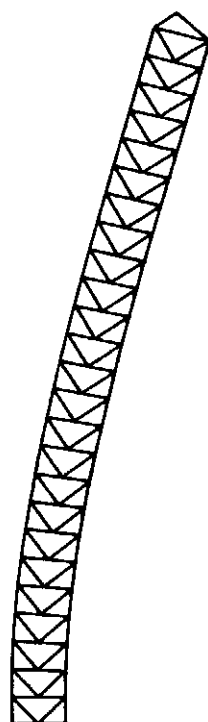
Fig. III.10 - Croquis da Simulação S3 para análise da Perna isolada (invertida), ressaltam-se as restrições utilizadas.

Deve-se ressaltar que as variações encontradas para as frequências naturais associadas ao 1º modo de torção já eram esperadas, devido à impossibilidade de simular a rotação do convês como corpo rígido no plano horizontal. Esta rotação do convês também introduz nas três pernas uma parcela de flexão, não encontrada quando uma das pernas é analisada isoladamente; neste último caso aparece somente a torção pura desta perna.

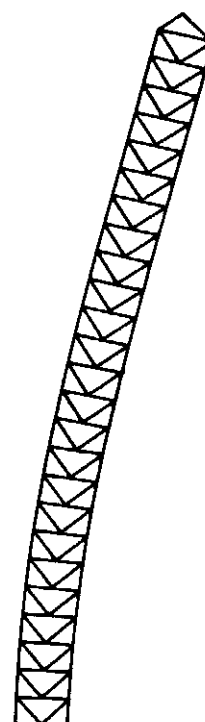
S1



S2

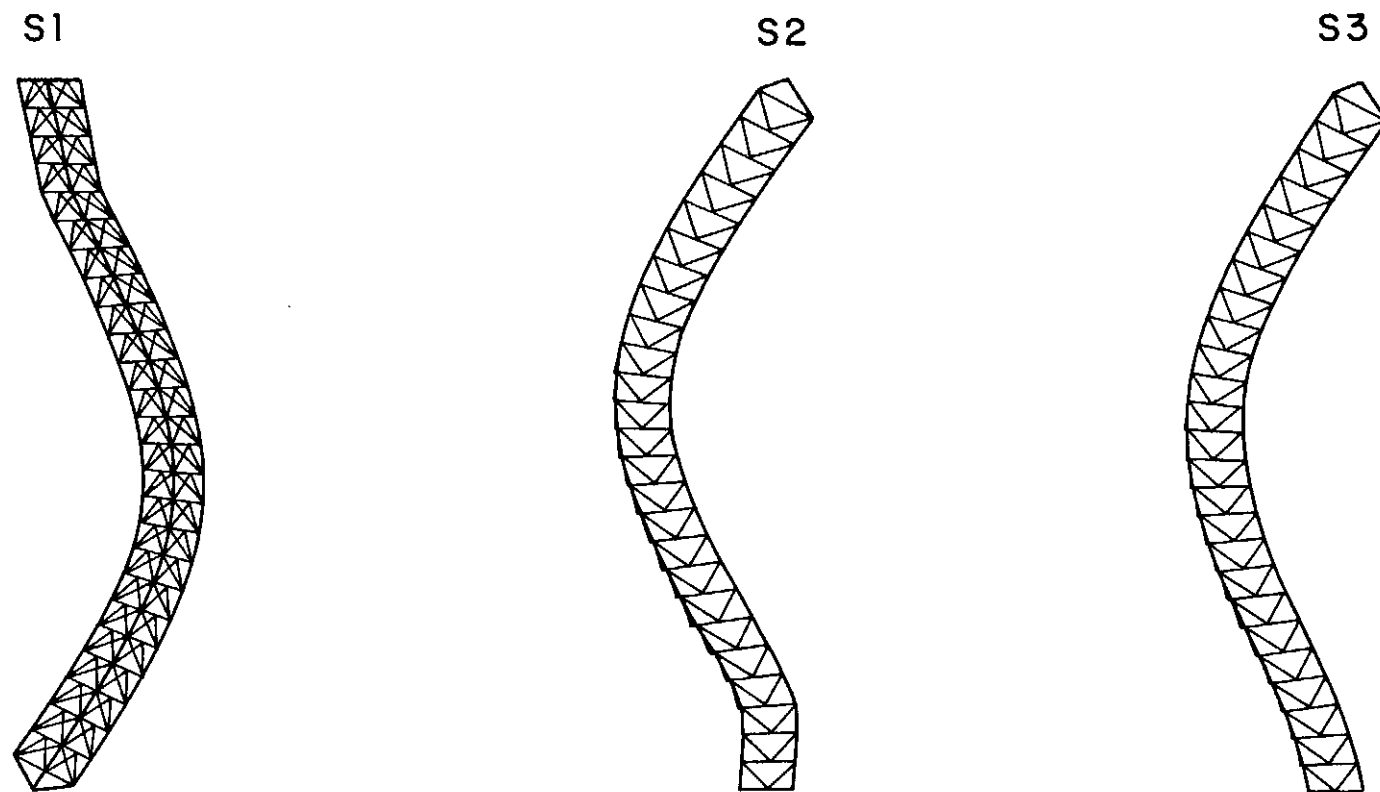


S3



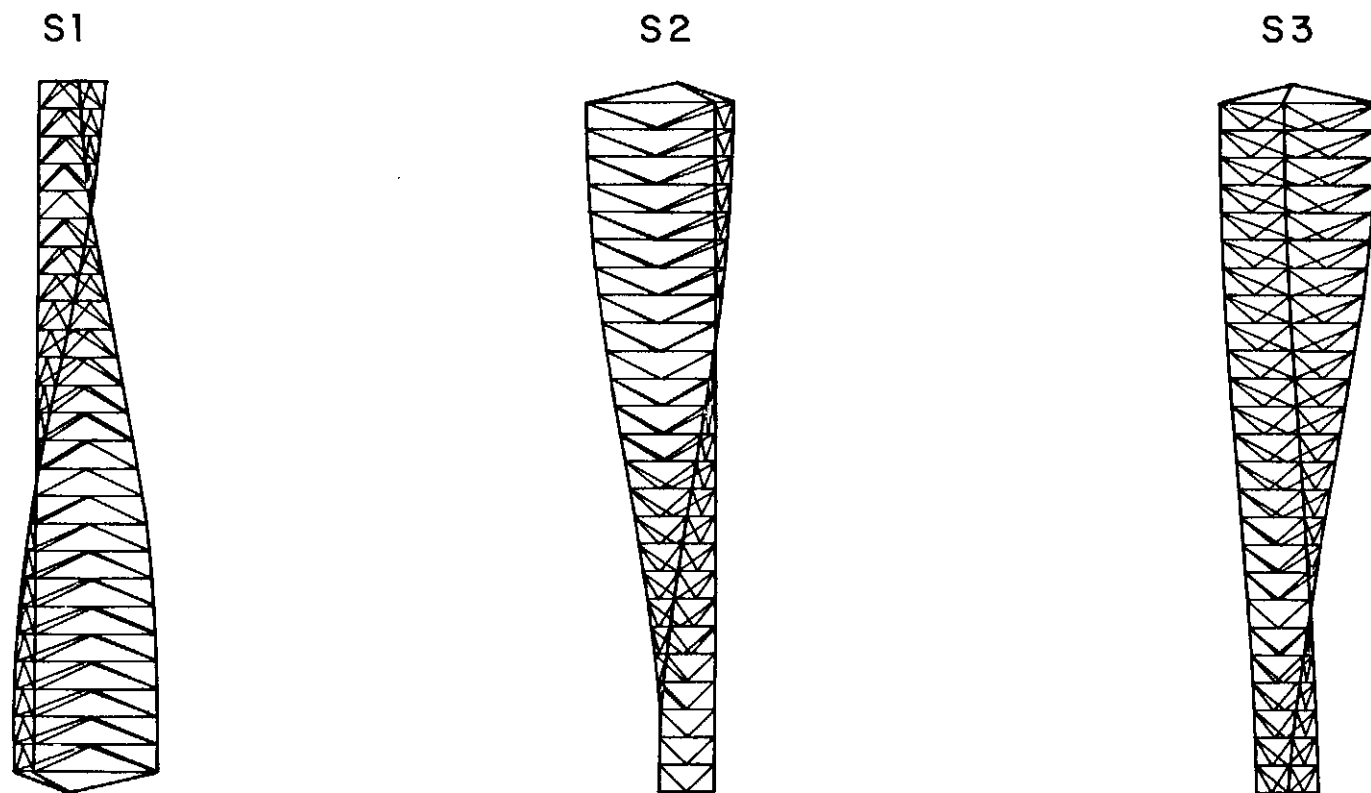
1º Modo de Flexão

Fig. III.11a - Comparação do 1º Modo de Flexão para as tres simulações
(vide frequências associadas Tab. III.1).



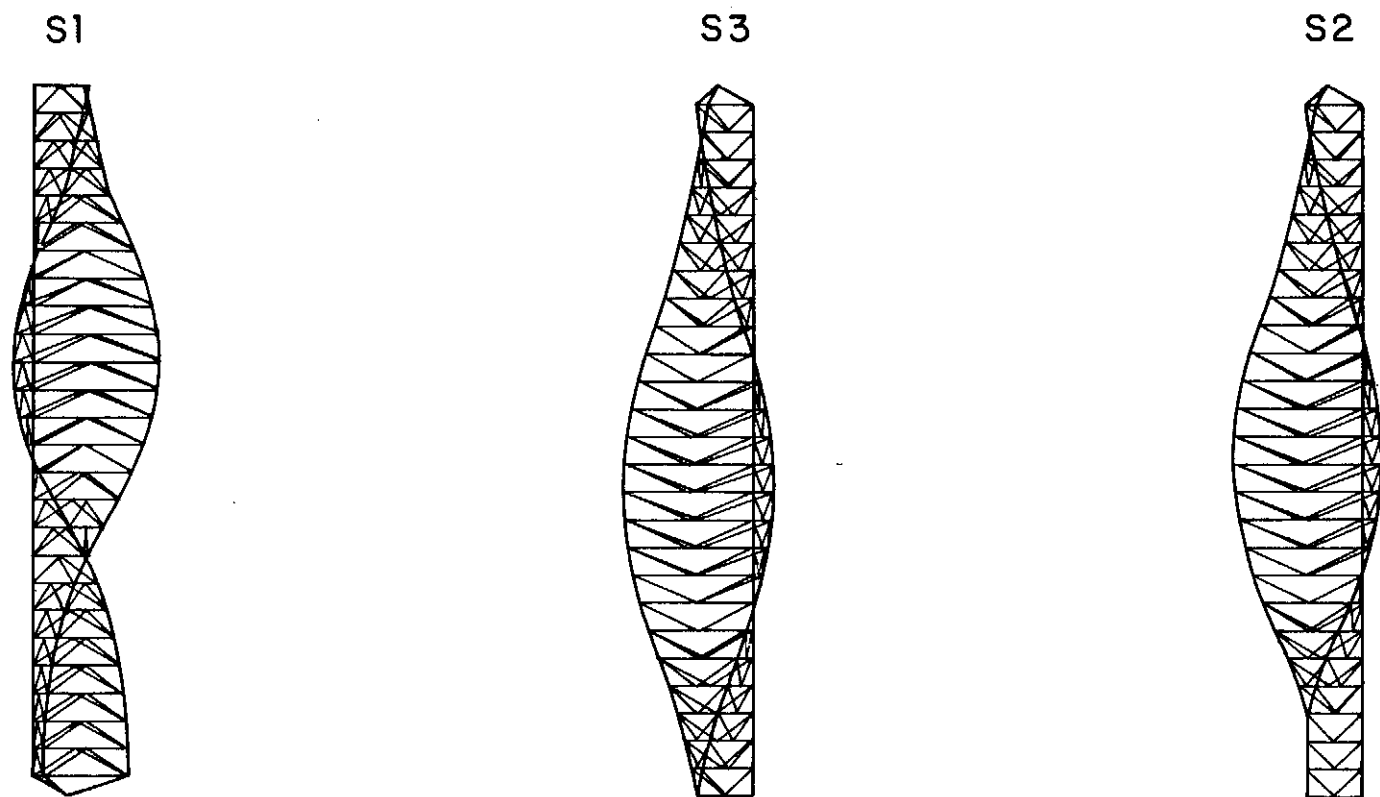
2º Modo de Flexão

Fig. III.11b - Comparação do 2º Modo de Flexão para as tres simulações
(vide frequências associadas Tab. III.1).



1º Modo de Torção

Fig. III.11c - Comparação do 1º Modo de Torção para as tres simulações
(vide frequências associadas Tab. III.1).



2º Modo de Torção

Fig. III.11d - Comparação do 2º Modo de Torção para as tres simulações
(vide frequências associadas Tab. III.1).

Tabela III.1 - Comparação entre as frequências obtidas do protótipo completo e das três simulações, para estas estruturas vibrando no ar

	Frequências Naturais (Hz)				
	1º Modo Flexão	1º Modo Torção	2º Modo Flexão	2º Modo Torção	1º Modo Axial
Protótipo completo com molas	.115	.120	(*)	(*)	(*)
Protótipo completo com apoios rígidos	.139	.144	(*)	(*)	(*)
Simulação S1	.155	.536	1.948	3.106	3.829
Simulação S2	.148	.333	1.955	2.526	2.608
Simulação S3	.141	.318	1.768	2.374	2.526

(*) Não foram identificados estes modos para o protótipo completo [14]

Nas últimas 3 colunas da Tabela III.1 nota-se que, embora a Simulação S3 forneça resultados satisfatórios, quando comparados àqueles das Simulações S1 e S2, estes resultados, para modos mais altos, não têm contrapartidas numéricas do protótipo completo. Isto é, entretanto, contornado mais adiante através de comparações feitas com os resultados experimentais obtidos do modelo reduzido da estrutura completa. De qualquer forma, deve-se aqui enfatizar, de novo, o objetivo principal deste trabalho: estudo da interação fluido-estrutura flexível, utilizando para isto um elemento (perna) de sustentação de plataforma Auto-Elevatória.

CAPÍTULO IV

MODELO REDUZIDO SEGUNDO A TEORIA DA SEMELHANÇA

IV.1. INTRODUÇÃO

Na análise do comportamento de uma estrutura, através de ensaios com modelos fisicamente semelhantes ao protótipo e em escala reduzida, é necessário obedecer a certas condições. Estas condições, conhecidas como condições de semelhança, são desenvolvidas a partir das Leis da Mecânica das estruturas e através da Análise Dimensional.

No presente trabalho apresenta-se, no Apêndice A, um resumo da teoria de semelhança para a modelagem de estruturas offshore [15][16]. A teoria desenvolvida baseou-se na análise dimensional, partindo-se de quatro fenômenos físicos que regem o comportamento deste tipo de estrutura, obtendo-se sete parâmetros adimensionais, que devem ser atendidos simultaneamente.

Utilizando-se o modelo estrutural simplificado, "Simulação S3" (vide seção III.5), e as condições de semelhança apre-

sentadas no Apêndice A, pode-se idealizar e ajustar o modelo físico reduzido, como é descrito neste capítulo.

IV.2. MODELO IDEAL

O Modelo Ideal é a primeira etapa na concepção do modelo reduzido, podendo ser definido como:

"A modelagem física, segundo a teoria da semelhança, apresentando características hidroelásticas semelhantes ao protótipo".

Aplicando-se a mesma escala geométrica de redução K_L utilizada anteriormente para o modelo da Plataforma Fixa [8] e o mesmo material construtivo - tubos de plásticos ABS com módulo de elasticidade $E = 3317,30 \text{ N/mm}^2$ preenchidos com mercúrio - pode-se modelar uma das pernas da plataforma auto elevatória AE-48, atendendo às condições de semelhança física representadas pelos sete parâmetros adimensionais apresentados no Apêndice A.

Nesta modelagem, além de,

$$K_L = \frac{\text{Dimensão característica do Modelo}}{\text{Dimensão característica do Protótipo}} = \frac{1}{70} \quad (\text{IV.1})$$

tem-se,

$$K_E = \frac{E_{\text{plástico (Modelo)}}}{E_{\text{aço (Protótipo)}}} = \frac{3317,30}{210880,00} = \frac{1}{64} \quad (\text{IV.2})$$

onde, com o auxílio da equação (A.24), tem-se para a escala das espessuras K_d ,

$$K_d = \frac{K_L^2}{K_E} = \frac{1}{77} \quad (\text{IV.3})$$

A escala das massas específicas K_{ρ_s} , é definida através da equação (A.25),

$$K_{\rho_s} = \frac{K_L}{K_d} = \frac{1}{0,9} \quad (\text{IV.4})$$

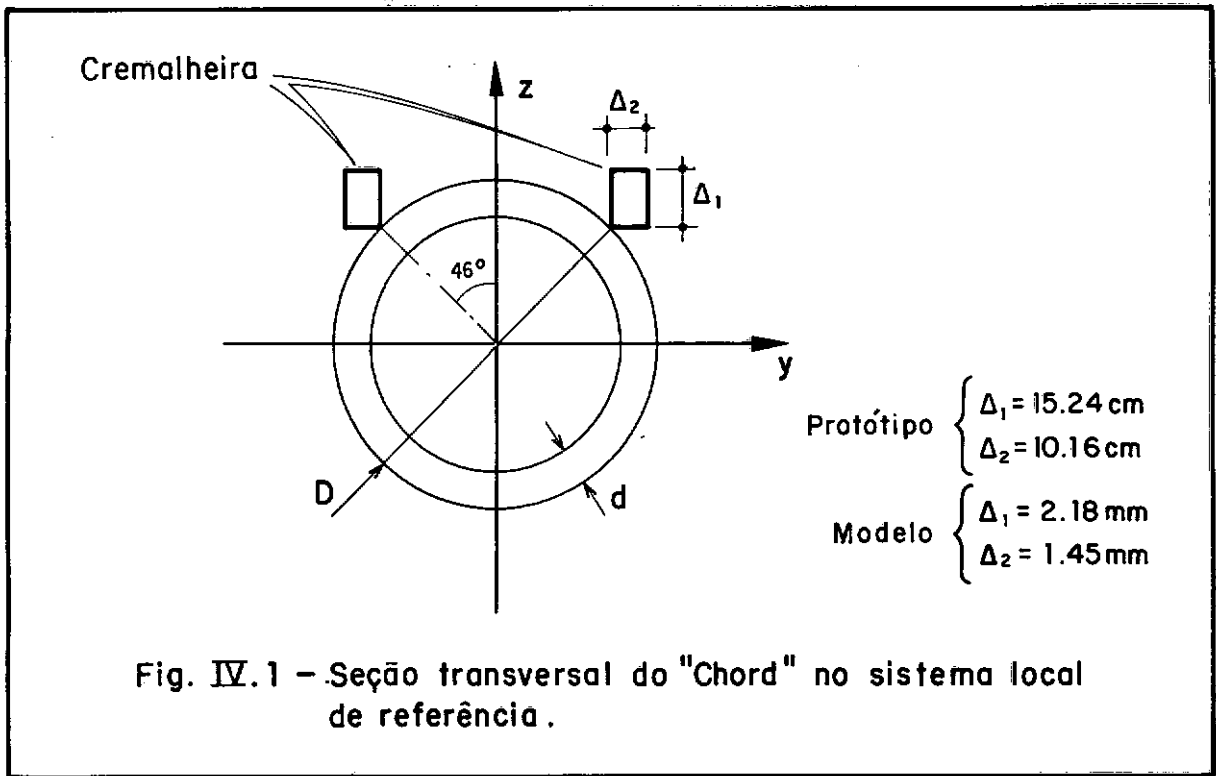
e, utilizando-se as equações (IV.1) e (A.18), pode-se calcular as massas concentradas no topo da perna (massa do convês) na forma:

$$\text{Massa do Modelo} = \text{Massa do Protótipo} \times \frac{1}{70^3} = 7,93 \text{ Kg} \quad (\text{IV.5})$$

onde, a massa do convês do Protótipo (vide seção III.5) é igual a $2718,31 \times 10^3 \text{ Kg}$.

Na Tabela IV.1 são indicadas as dimensões dos diâmetros externos D e das espessuras de parede d dos elementos do protótipo (coluna 2), Modelo Ideal (coluna 3) e tubos comerciais mais adequados encontrados no mercado (coluna 4). No entanto, as características geométricas dos *chords* (área transversal A_x e Momentos de Inércia I_x , I_y e I_z , cujos eixos são indicados na Figura IV.1 são calculados introduzindo-se a influência das cremalheiras para análise dinâmica da estrutura. Com o intuito de facilitar a comparação entre os tubos que constituem o Modelo Ideal e os tubos comerciais, os valores apresentados na Tabela

IV.1, para os *chords* estão também na forma $D \times d$. Estes dados serão posteriormente analisados ao longo deste capítulo.



Utilizando-se os dados fornecidos na Tabela IV.1 (coluna 3) e respeitando-se as escalas K_L , K_E e K_{ρ_S} ; construir-se-ia o Modelo Ideal, ilustrado na Fig. IV.2, cujas frequências naturais poderiam ser calculadas segundo a equação (A.15).

Entretanto, a construção do Modelo Ideal é inviabilizada por algumas restrições de ordem prática, discutidas a seguir, que impedem a obediência completa e simultânea de todas as condições de semelhança.

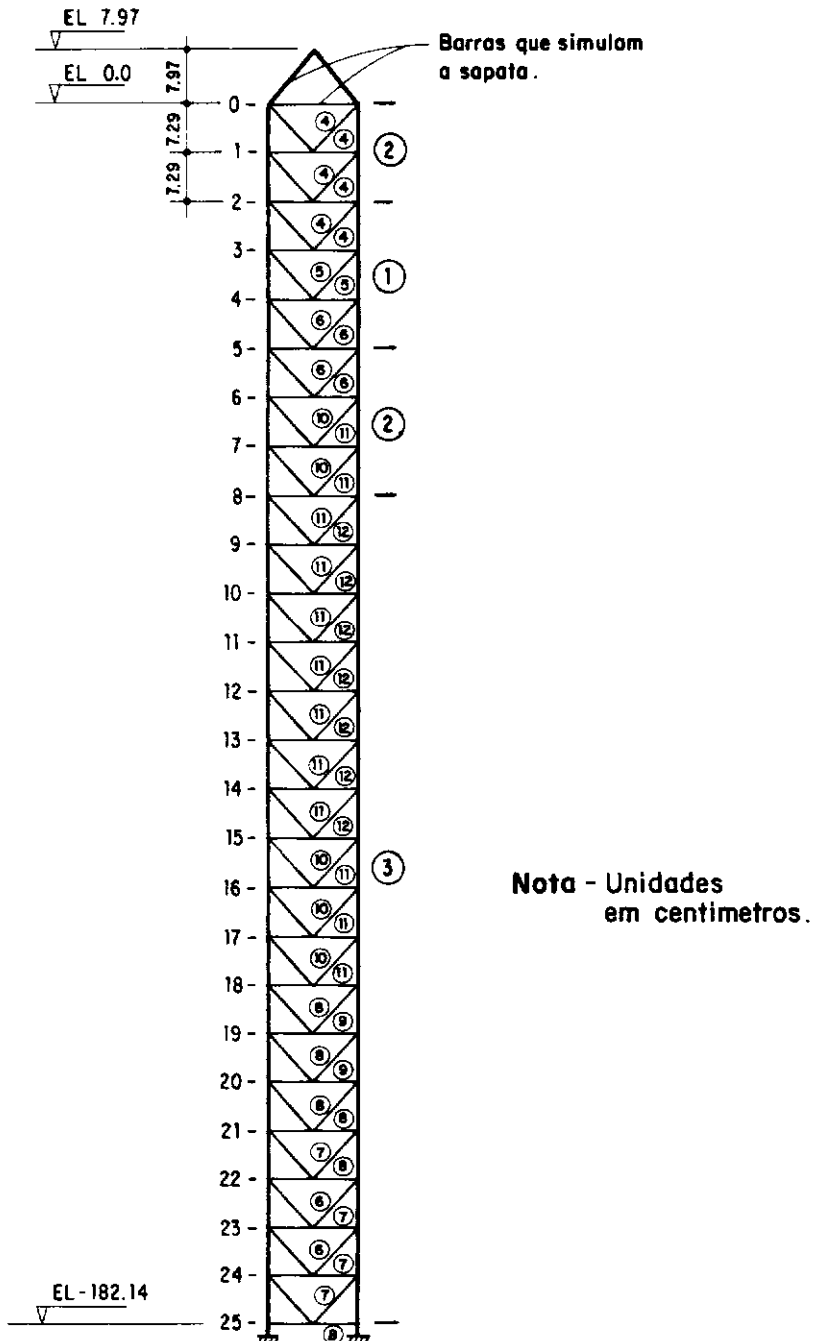


Fig. IV.2 - Vista lateral do Modelo Perna, obtida reduzindo-se o protótipo na escala $k_L = 1/70$ (vide dimensões Tab. IV.1 para Modelo Ideal e Tab. IV.4 para Modelo Idealizado).

Tabela IV.1 - Dimensões D (diâmetro externo) x d (espessura das paredes) dos elementos do Protótipo, Modelo Ideal e Tubos comerciais mais adequados

	Barras (vide Fig. III.1 e IV.2):	Protótipo D x d (cm)	Modelo Ideal D x d (mm)	Dimensões comerciais dos Tubos D x d (mm)
CHORDS	1	111,76x4,76** (44"x1 7/8")*	15,97x0,62**	15,90x1,7**
	2	111,76x4,13** (44"x 1 5/8")*	15,97x0,53**	15,90x1,7**
	3	111,76x3,49** (44"x1 3/8")*	15,97x0,45**	15,90x1,7**
TRAVEJAMENTOS	4	55,88x1,90 (22"x3/4")*	7,98x0,25	7,90x1,70
	5	50,80x1,90 (20"x3/4")*	7,26x0,25	7,90x1,70
	6	45,72x1,90 (18"x3/4")*	6,53x0,25	6,30x1,55
	7	45,72x1,27 (18"x1/2")*	6,53x0,16	6,30x1,55
	8	45,72x0,95 (18"x3/8")*	6,53x0,12	6,30x1,55
	9	45,72x0,64 (18"x1/4")*	6,53x0,08	6,30x1,55
	10	40,64x1,27 (16"x1/2")*	5,81x0,16	6,30x1,55
	11	40,64x0,95 (16"x3/8")*	5,81x0,12	6,30x1,55
	12	40,64x0,64 (16"x1/4")*	5,81x0,08	6,30x1,55
	13	16,83x0,71 (6 5/8"x9/32")*	2,40x0,09	2,40x0,70

Observações: As correlações entre os valores das segunda e terceira colunas da tabela são dadas por: $k_L = 1/70$ (para D) e $k_d = 1/77$ (para d).

* Medidas originais do protótipo em polegadas.

** Estes valores referem-se aos *chords*, devendo-se ressaltar que para o cálculo das características geométricas desta seção, deve-se incluir a influência das cremalheiras (vide Figura IV.1).

IV.3. RESTRIÇÕES PRÁTICAS PARA A CONSTRUÇÃO DO MODELO IDEAL

Conforme apresentado na Tabela IV.1, as espessuras das paredes dos tubos que constituem o Modelo Ideal são muito pequenas (variando entre 0,08 a 0,62 mm) em comparação com aquelas encontradas em tubos comerciais, os quais apresentam uma variação entre 0,70 a 1,70 mm.

Para que seja possível utilizar estes tubos com espessuras de paredes superiores às necessárias, este "excesso" de rigidez deve ser compensado através de [16]:

- a) um aumento de massa específica em cada elemento, dada pela equação (A.26);
- b) um aumento de massa do convês.

A alternativa (a) implica na utilização de um fluido para os ensaios com densidade maior do que da água (fluido protótipo), mas com aproximadamente a mesma viscosidade cinemática; esta razão entre essas densidades é dada pela equação (A.27) do Apêndice A. A segunda alternativa (b), embora apresente a vantagem de não influir na densidade do fluido de ensaio, compensa muito pouco a influência do "excesso" de rigidez sobre as frequências associadas aos modos mais altos de vibração.

Ambas as alternativas (a) e (b), foram simultaneamente utilizadas neste trabalho, de modo a ajustar o modelo reduzido construído com tubos encontrados comercialmente; isto é descrito nas próximas seções deste capítulo.

IV.4. MODELO FÍSICO IDEALIZADO

IV.4.1. DESCRIÇÃO DO MODELO IDEALIZADO

A partir de um protótipo construído ou em fase de projeto, é possível projetar um Modelo Ideal de acordo com a teoria da semelhança. Entretanto, como comentado em seções anteriores, restrições práticas impostas impedem a construção deste modelo, tornando necessário a introdução de aproximações na modelagem, surgindo assim, o Modelo Idealizado. Este modelo pode ser definido como:

"A modelagem física que, apesar das restrições práticas impostas, consegue satisfazer aproximadamente as condições de semelhança, apresentando características hidroelásticas bastante semelhantes ao protótipo".

O Modelo Idealizado é semelhante ao protótipo no que tange à obediência,

a) à escala geométrica geral $K_L = 1/70$, (vide Figuras III.1 e IV.2);

b) à escala dos módulos de elasticidade, assumindo-se o mesmo material do Modelo Ideal;

c) à escala das massas concentradas, considerando-se a massa do convés igual à do Modelo Ideal, cujo cálculo é apresentando na seção IV.2.

No entanto, o Modelo Idealizado não respeita a escala das espessuras. Isto pode ser observado na Tabela IV.1 comparan-

do-se as duas últimas colunas, onde são indicadas as dimensões dos elementos do Modelo Ideal e dos tubos comerciais. Observa-se que os tubos comerciais, que podem ser utilizados na construção do Modelo Idealizado, apresentam espessuras cerca de 4 vezes maiores que as do Modelo Ideal.

Deve ser lembrado que este aumento de rigidez dos elementos pode ser compensado através de um aumento de massa específica em cada elemento (vide seção IV.3).

No entanto, segundo experiência obtida anteriormente, na construção de um modelo de Plataforma Fixa [8], o volume interno dos tubos mais finos não é suficiente para permitir, com preenchimento de mercúrio, alcançar a massa específica aparente desejada. Esta diferença de massa é compensada adicionando-se quantidade de massa equivalente aos *chords*.

Na Tabela IV.2 são indicadas as massas específicas aparentes encontradas, teoricamente, através da equação (A.26) (coluna 2), e experimentalmente, pesando-se cada elemento (coluna 3).

Com o que foi apresentado até aqui, as características gerais do Modelo Idealizado podem ser resumidas como:

- a) Distância entre *chords* = 15,71 cm
- b) Diâmetro externo do *chord* = 1,59 cm
- c) Distância entre andares horizontais = 7,29 cm
- d) Comprimento da perna = 183,21 cm

Tabela IV.2 - Massas específicas ρ_n , ($\times 10^{-3}$ kg/cm³) teóricas, calculadas segundo a equação (A.26) e experimental, pesando-se cada elemento

Barras (vide Fig. IV.2)		Massa Específica ($\times 10^{-3}$ kg/cm ³)	
		Teórica	Experimental
CHORDS	1	9,35	(**)
	2	9,48	(**)
	3	9,67	(**)
TRAJEJAMENTOS	4	6,03	6,71*
	5	7,35	6,71*
	6	5,35	4,73*
	7	5,38	4,73*
	8	5,31	4,73*
	9	5,23	4,73*
	10	6,85	4,73*
	11	6,75	4,73*
	12	6,64	4,73*
	13	5,53	1,07*

* Valores médios obtidos da pesagem de barras típicas preenchidas com mercúrio.

** Estes tubos referem-se aos *chords* e, para seu preenchimento, foi utilizada uma técnica especial comentada no Capítulo V.

- e) Massa do convês = 7,93 kg
- f) Massa distribuída na perna = 8,92 kg
- g) Altura do fluido para ensaio = 142,86 cm
- h) Massa específica do fluido de ensaio = $3,14 \times 10^{-3}$ kg/cm³

Conforme mencionado na seção IV.3 o aumento de massa nas barras, efetuada com o fim de corrigir o "excesso" de rigidez existente, influencia a massa específica do fluido de ensaio, a qual pode ser calculada através da equação (A.27),

$$\rho_{w_{\text{modelo}}} = \rho_{w_{\text{protótipo}}} \cdot \frac{K_M}{K_L^3} = 1,0 \times 10^{-3} \frac{\frac{8,92}{897,04 \times 10^3}}{\left(\frac{1}{70}\right)^3} = 3,14 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3 \quad (\text{IV.6})$$

IV.4.2. AJUSTE TEÓRICO-NUMÉRICO DO MODELO IDEALIZADO

O ajuste Teórico-Numérico do Modelo Idealizado consiste na primeira etapa de ajuste, ilustrado no fluxograma da Figura IV.3.

Este ciclo de ajuste consiste em um estudo numérico, com o auxílio do sistema DINESP, visando-se obter as primeiras frequências do Modelo Idealizado, associadas a modos de vibração global, próximas aos resultados teóricos obtidos para o Modelo Ideal.

Dada a diversidade dos parâmetros envolvidos e dado o grande número de equações, o ajuste resultou em um laborioso trabalho numérico. Em cada nova tentativa de ajuste, somente um pa

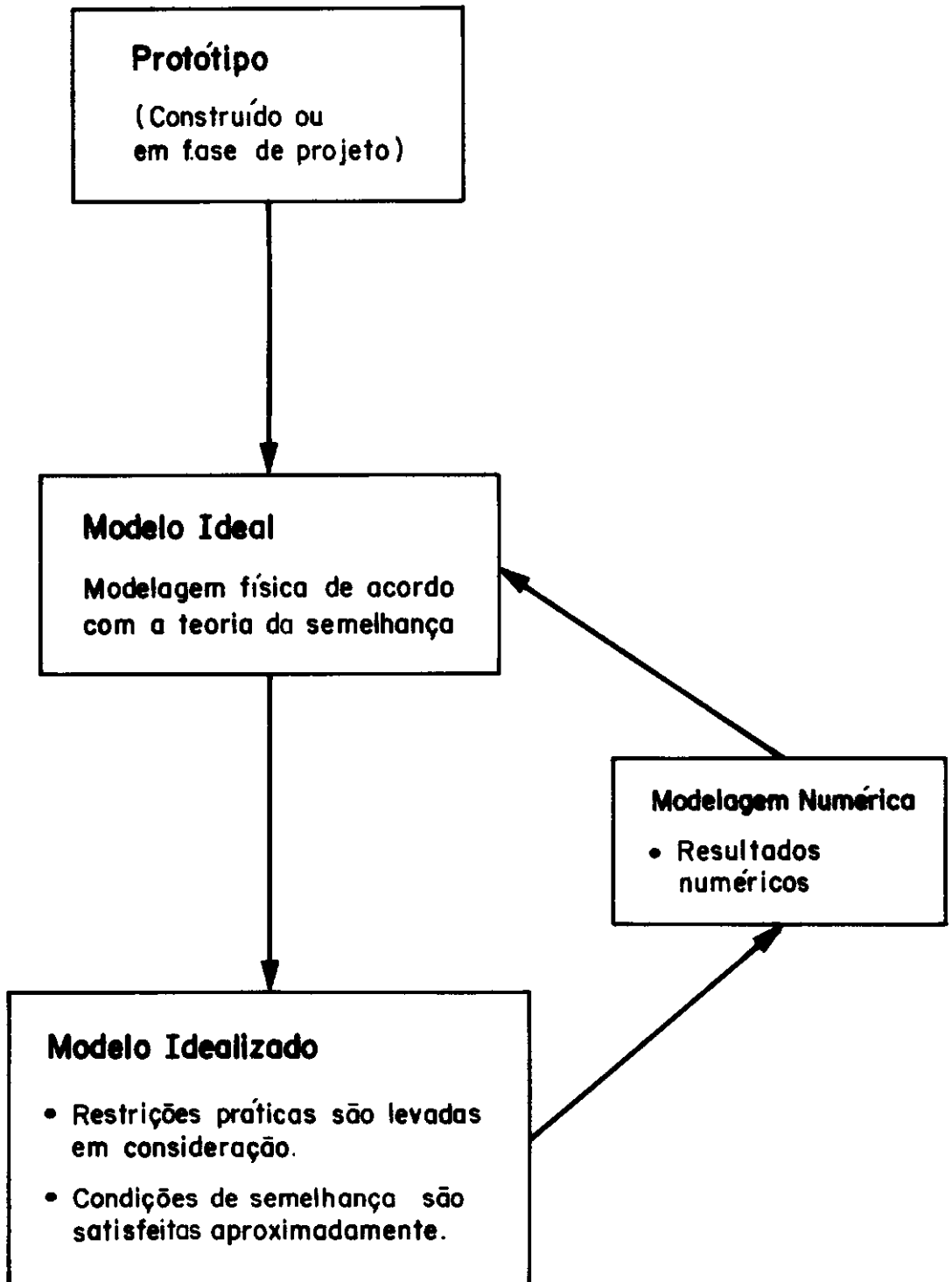


Fig. IV.3 - Fluxograma do ciclo de ajuste Teórico-Numérico.

râmetro era alterado. Este procedimento permitiu a investigação da influência isolada de cada parâmetro sobre o comportamento dinâmico da estrutura, expressa em termos das primeiras frequências.

IV.4.3. PRINCIPAIS RESULTADOS NUMÉRICOS DO MODELO IDEALIZADO

Os primeiros resultados obtidos do Modelo Idealizado são baseados nas condições apresentadas no item IV.4.1 e são mostrados na Tabela IV.3, onde apresentam-se, também os resultados teóricos para o Modelo Ideal, os quais servem de referência para comparações.

Tabela IV.3 - Frequências naturais dos Modelos Ideal e Idealizados, vibrando no ar

	Frequência (Hz)				
	1º Modo Flexão	1º Modo Torção	2º Modo Flexão	2º Modo Torção	1º Modo Axial
Modelo Ideal	1,18	2,65	14,79	19,86	21,13
Modelo Idealizado	1,93	6,66	16,90	28,58	31,68

Pode-se observar na Tabela IV.3 que as frequências obtidas, com as condições apresentadas para o Modelo Idealizado (vide item IV.4.1), não são ainda próximas dos resultados obtidos para o Modelo Ideal. Este fato se verifica principalmente para aquelas frequências associadas aos modos de torção.

Através de várias tentativas numéricas, variando-se os parâmetros, um de cada vez, observou-se a necessidade de:

a) Diminuir a rigidez axial dos *chords*

Esta mudança foi introduzida devido à influência que a rigidez axial causava nas frequências associadas aos modos de flexão e axial. Na falta de um tubo de ABS com características satisfatórias, decidiu-se por dar um passo nos tubos de ABS de 15,9 x 1,7 mm em torno mecânico, até atingir as dimensões de 14,5 x 0,9 mm. Verificou-se ainda a necessidade de não representar a forma geométrica das cremalheiras, sendo entretanto, suas contribuições de massa e rigidez, para os *chords*, consideradas embutidas na distorção das espessuras de paredes.

b) Diminuir a rigidez axial do travejamento

A rigidez axial do travejamento demonstrou grande influência nas frequências associadas a modos de torção. Adotou-se uma mudança nas diagonais e horizontais externas, passando-se a utilizar os tubos de dimensão 4,8 x 1,2 mm para as barras de números 10, 11 e 12 (vide Tabela IV.1 e Figura IV.2).

c) Aumentar a massa do convês

A fim de corrigir a frequência associada ao primeiro modo de flexão, adotou-se um aumento de 50% na massa do convês em relação àquela do Modelo Ideal.

d) Aumentar a excentricidade da massa do convês

A fim de corrigir a frequência natural associada ao primeiro modo de torção, foi aumentada a distância entre as massas

concentradas no topo da perna e o centro de massa da perna. A Figura IV.4 ilustra a forma de simulação desta excentricidade, com a introdução de braços alongadores no topo do modelo (sapatina na posição invertida modelada).

Além destas mudanças, e contrariamente à técnica utilizada na construção do modelo reduzido da Plataforma Fixa, procurou-se uma simplificação construtiva, admitindo-se que somente os *chords* seriam preenchidos de mercúrio, mas com volume necessário para incorporar nesses elementos toda a massa do travejamento. Esta simplificação tem a vantagem de acelerar a construção do modelo em boas condições de trabalho, não apresentando, como demonstrado pelos resultados numéricos, influência significativa nas frequências associadas aos modos globais analisados.

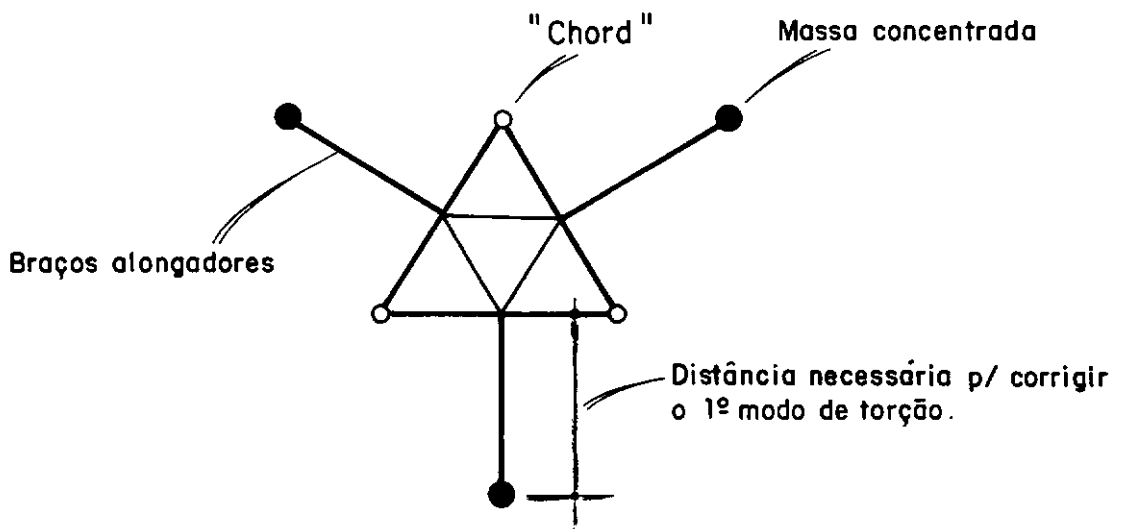


Fig. IV.4 - Vista superior do topo da perna, com massas excêntricas.

Apresenta-se na Tabela IV.4, as dimensões dos elementos (D x d) que constituem o Modelo Idealizado (coluna 3) e, como parâmetro de comparação, as dimensões (D x d) do Modelo Ideal.

Em resumo, as principais características do Modelo Idealizado, após esta fase de ajuste, são indicadas a seguir:

- a) Distância entre *chords* = 15,71 cm
- b) Diâmetro externo do *chord* = 1,45 cm
- c) Distância entre andares horizontais = 7,29 cm
- d) Comprimento da perna = 183,21 cm
- e) Massa do convês = 11,90 kg
- f) Massa distribuída na perna = 6,07 kg
- g) Altura do fluido para ensaio = 142,86 cm
- h) Massa específica do fluido de ensaio = $2,30 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$

Tabela IV.4 - Dimensões D (diâmetro externo) x d (espessura das paredes) dos elementos dos Modelos Ideal e Idealizado.

Barras (vide Fig. IV.2)		Modelo Ideal D x d (mm)	Modelo Idealizado D x d (mm)
CHORDS	1	15,97 x 0,62*	14,5 x 0,90
	2	15,97 x 0,53*	14,5 x 0,90
	3	15,97 x 0,45*	14,5 x 0,90
TRAVEJAMENTOS	4	7,98 x 0,25	7,90 x 1,70
	5	7,26 x 0,25	7,90 x 1,70
	6	6,53 x 0,25	6,30 x 1,55
	7	6,53 x 0,16	6,30 x 1,55
	8	6,53 x 0,12	6,30 x 1,55
	9	6,53 x 0,08	6,30 x 1,55
	10	5,81 x 0,16	4,80 x 1,20
	11	5,81 x 0,12	4,80 x 1,20
	12	5,81 x 0,08	4,80 x 1,20
	13	2,40 x 0,09	2,40 x 0,70

* Estes valores referem-se aos *chords* (Modelo Ideal), devendo-se ressaltar que, para o cálculo das características geométricas da seção, deve-se incluir a influência das cremalheiras (vide Figura IV.1).

A seguir apresenta-se, na Tabela IV.5, os resultados em frequências obtidos ao final da fase de ajuste do Modelo Idealizado.

Tabela IV.5 - Frequências naturais dos Modelos Ideal e Idealizado após fase de ajuste

	Frequência (Hz)				
	1º Modo Flexão	1º Modo Torção	2º Modo Flexão	2º Modo Torção	1º Modo Axial
Modelo Ideal	1,18	2,65	14,79	19,86	21,13
Modelo Idealizado	1,17	3,60	14,11	28,25	19,54

Pode-se notar, na Tabela IV.5, que as frequências associadas aos modos de flexão estão bem próximas dos resultados obtidos para o Modelo Ideal. Isto se deve, à diminuição das espessuras de paredes e à compensação da distorção ainda existente, através do aumento de massa específica nos elementos e da adição de massa no convês.

No entanto, as frequências associadas à torção, ainda se encontram bem afastadas dos valores ideais, provavelmente influenciadas pelo "excesso" de rigidez axial de elementos dos tipos horizontais externas e diagonais. Ressalta-se ainda, que a excentricidade dada à massa do convês proporcionou bons resultados no que se refere ao 1º modo de torção; por outro lado, quase nada influenciou os modos mais altos de torção, como pode ser observado na 2ª frequência associada a esta forma modal.

Cabe ressaltar entretanto, que um modo global de torção no modelo completo (convês + 3 pernas) imprime às pernas, de forma dominante, modos de flexão. Isto significa que o modelo isolado (apenas 1 perna) deve satisfazer principalmente os modos e frequências de flexão global.

Ainda, na última coluna da Tabela IV.5, apresentam-se os resultados obtidos para o modo axial de vibração. A proximidade dos resultados, após esta etapa de ajuste, é provavelmente, função da diminuição da rigidez axial impostas aos *chords*, tornando a comparação entre as frequências axiais dos Modelos Idealizado e Ideal, bastante favorável.

Além da proximidade entre os resultados para as frequências naturais indicadas pela Teoria da Semelhança e aquelas obtidas do Modelo Idealizado, outra vantagem de ordem prática foi conseguida com a diminuição do excesso de rigidez das barras, isto é, redução das espessuras das paredes dos *chords* e dimensões externas de alguns elementos do travejamento. Esta redução de rigidez implicou, de maneira direta, na redução da densidade do fluido a ser modelado para os ensaios experimentais. Esta redução chega a mais de 30%, conforme pode ser observado nos itens (h) desta e da seção IV.4.1.

Nas Figuras IV.5 são apresentados os modos globais de vibração do Modelo Idealizado, com o intuito de mostrar que os ajustes feitos no modelo idealizado não afetaram as formas modais associadas as frequências naturais resultantes; isto é, fica assim demonstrado a boa aproximação modal em relação ao Protótipo, Simulação S3 (Figs. III.11).

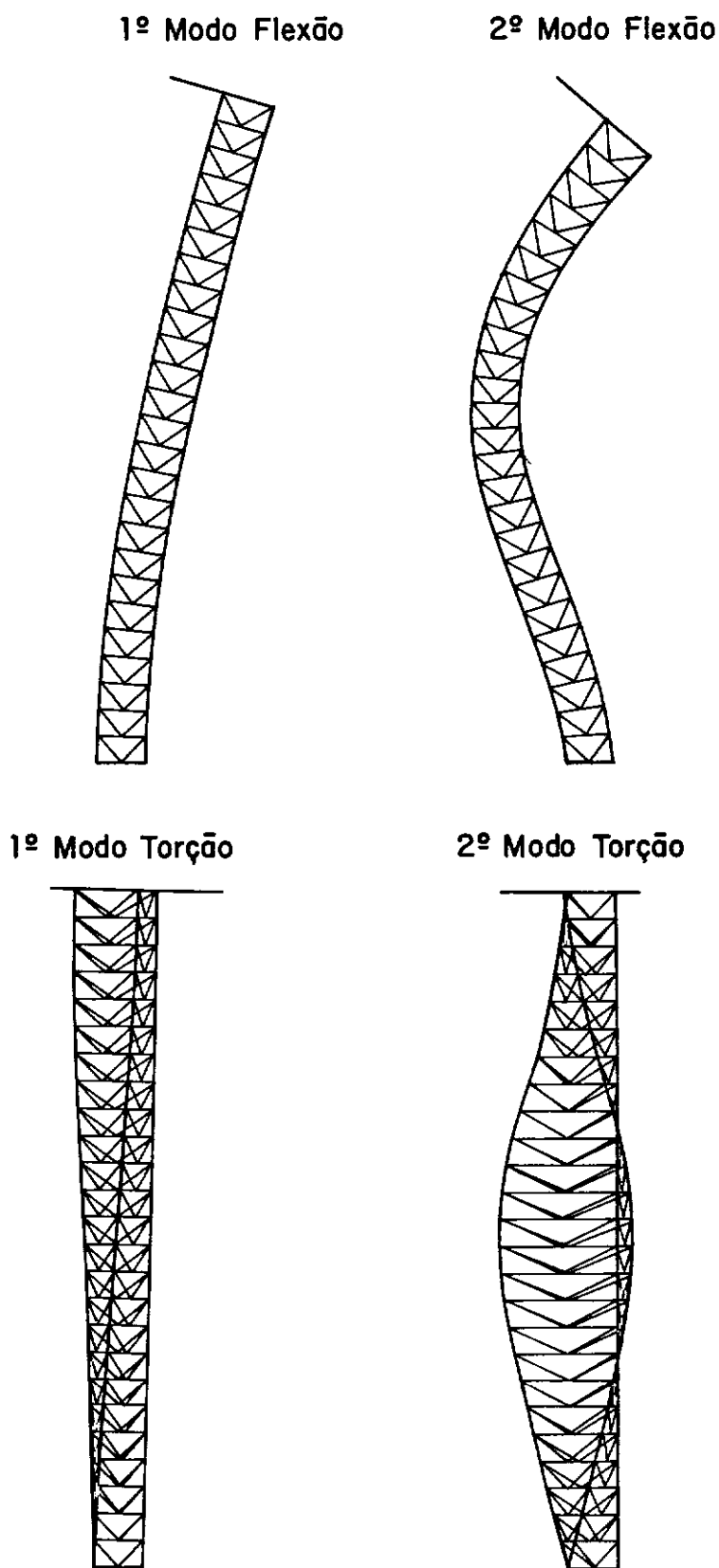


Fig. IV.5 - Modos Globais de Flexão e Torção do Modelo Idealizado.

CAPÍTULO V

CONSTRUÇÃO, INSTRUMENTAÇÃO E AJUSTE DO MODELO FÍSICO

V.1. CONSTRUÇÃO DO MODELO

A partir das características do Modelo Idealizado (vide seção V.4.3), deu-se início à confecção do Modelo Físico - uma das pernas da plataforma Auto-Elevatória AE.48 - como é descrito sumariamente a seguir.

Para iniciar a confecção do modelo reduzido, desenhou-se uma face inteira da perna sobre uma prancha de madeira, que serviu de gabarito, como ilustrado na Foto V.1. Sobre este gabarito, foram posicionados os *chords* (ainda vazios) e o travejamento (primeiro as horizontais externas e em seguida as diagonais) devidamente calçados, mantendo-se assim os eixos de todos os elementos num mesmo plano. Após isto, iniciou-se a fase de colagem. Na Foto V.1, também se pode observar uma etapa de construção da primeira face, com parte do travejamento já posicionado.

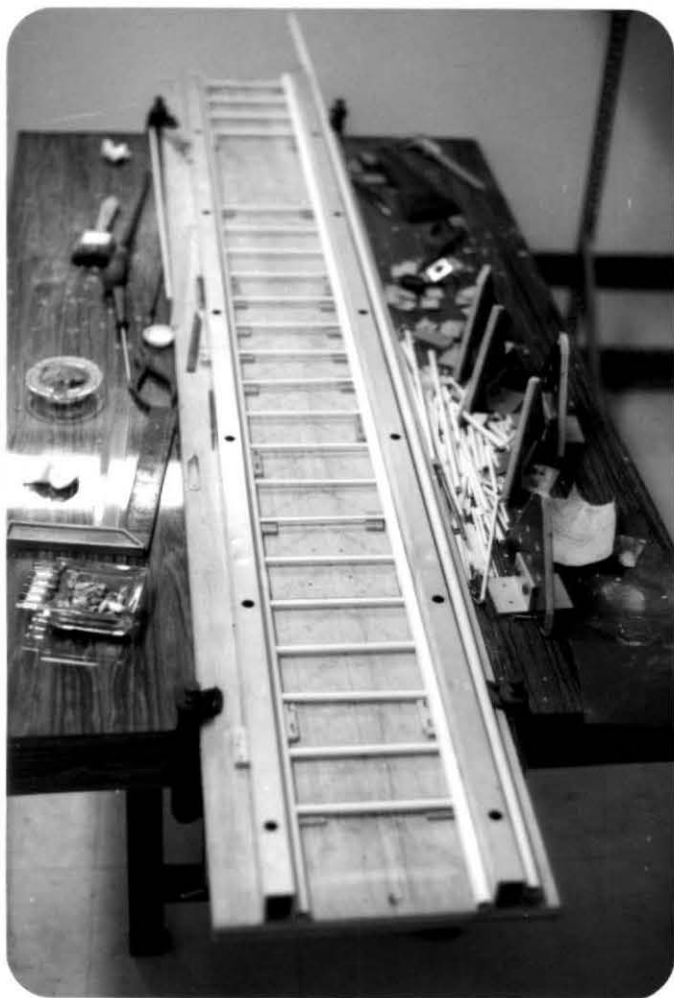


Foto V.1 - Modelo com a primeira face em fase de construção

Com o auxílio de gabaritos triangulares de madeira, posicionou-se a face já construída no ângulo correto, possibilitando a construção da segunda face, de modo similar à primeira. Esta etapa da construção é ilustrada na Foto V.2.

Estes gabaritos triangulares foram ainda utilizados para a manipulação do conjunto (duas primeiras faces), posicionando-o para a construção da última face, como é mostrado na Foto V.3.

Uma vez concluídas as faces, posicionou-se o conjunto na vertical, permitindo-se a colocação das barras que constituem o travejamento dos andares. Na Foto V.4 pode-se observar uma vista geral do modelo completo.

Para que fosse alcançada a massa necessária nos *chords* (vide seção IV.4.3, item g), foram confeccionadas barras compostas por tubos de ABS (diâmetro 4,8 mm) envoltas em pedaços de borracha macia, conforme ilustra a Foto V.5. Estas barras foram inseridas nos *chords*, sendo o volume interno restante preenchido com mercúrio. Após o preenchimento, os *chords* foram vedados com uma camada espessa de resina epoxi. Todo este processo foi acompanhado de pesagem a cada etapa do preenchimento (vide Foto V.6), com o intuito de se obter a massa necessária distribuída ao longo da perna. Os resultados obtidos com a pesagem indicaram uma massa total de modelo igual a 6,12 kg, a qual se aproxima bastante do valor teórico ajustado igual a 6,07 kg.

Para obter as condições de engaste prescritas na "Simulação S3" (vide seção III.5), foram confeccionados apoios que se ajustam perfeitamente aos *chords* (vide Foto V.7), tendo nas suas extremidades pinos de aço para garantir que as garras dos apoios

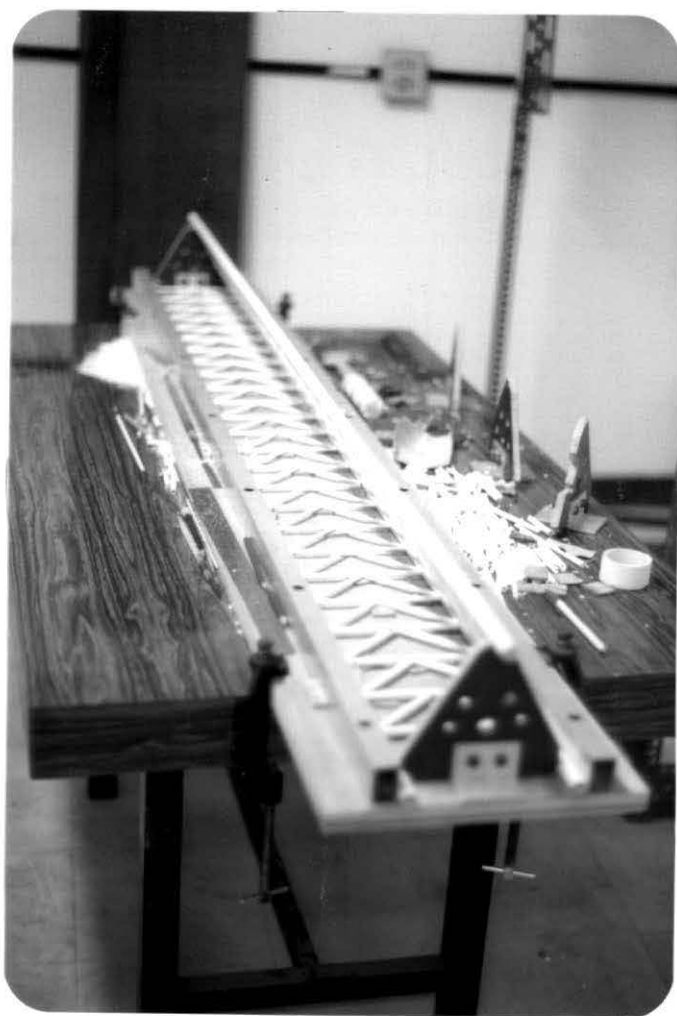


Foto V.2 - Modelo com a primeira face construída e a segunda em fase de construção

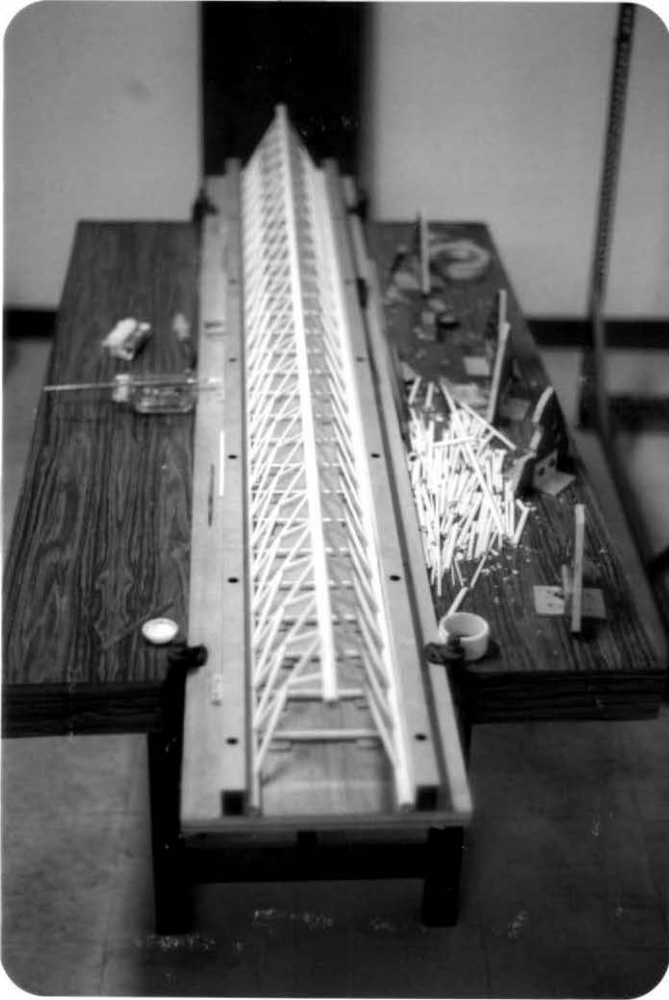


Foto V.3 - Modelo com duas faces construídas e com a terceira em fase de construção

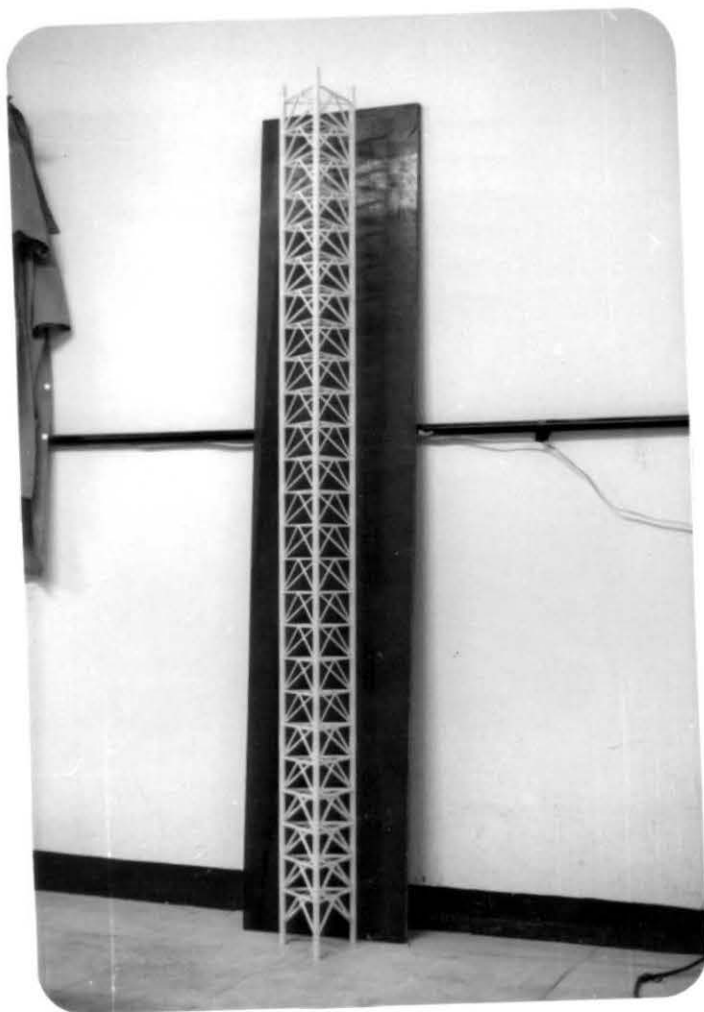


Foto V.4 - Vista do modelo reduzido

não danificassem os tubos plásticos.

Para simular a sub-estrutura rígida da sapata, utilizou-se uma placa circular e espessa de acrílico, sobre a qual foram fixados braços alongadores de alumínio para conferir a distribuição necessária das massas localizadas no topo, como mostra a Foto V.8. Deve-se recordar que o modelo da perna é ensaiado na posição invertida; isto é, de cabeça para baixo. Sendo assim, a parcela da massa total do convês (protótipo completo) que cabe a cada perna, deve ser introduzido no topo, onde se encontra agora a sapata (vide "Simulação S3" - seção III.5).

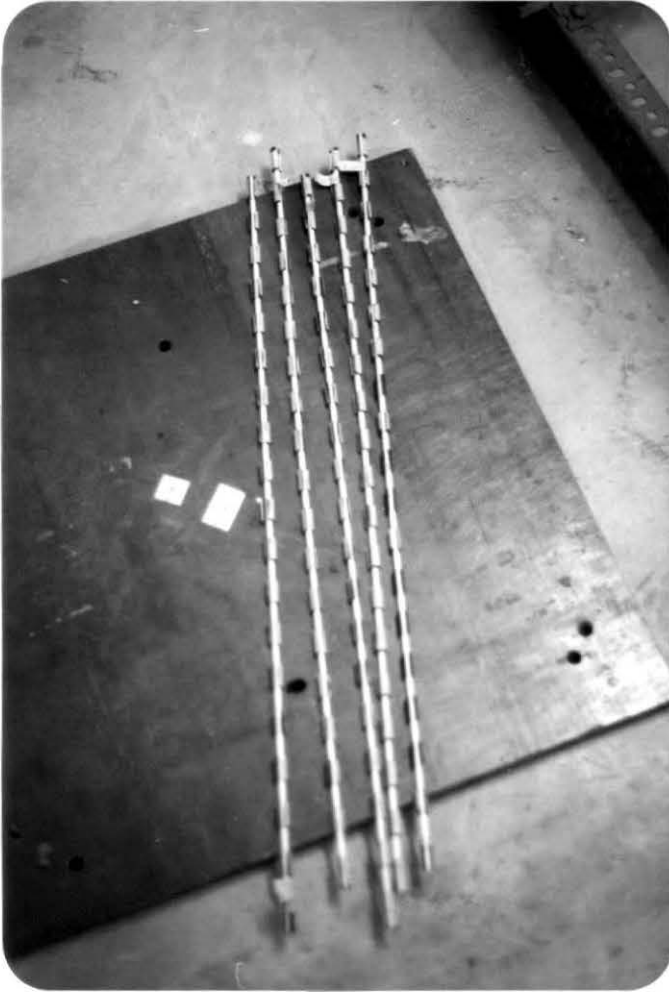


Foto V.5 - Barras de ABS, envoltas em pedaços de borracha macia, prontas para serem inseridas nos *chords* do modelo

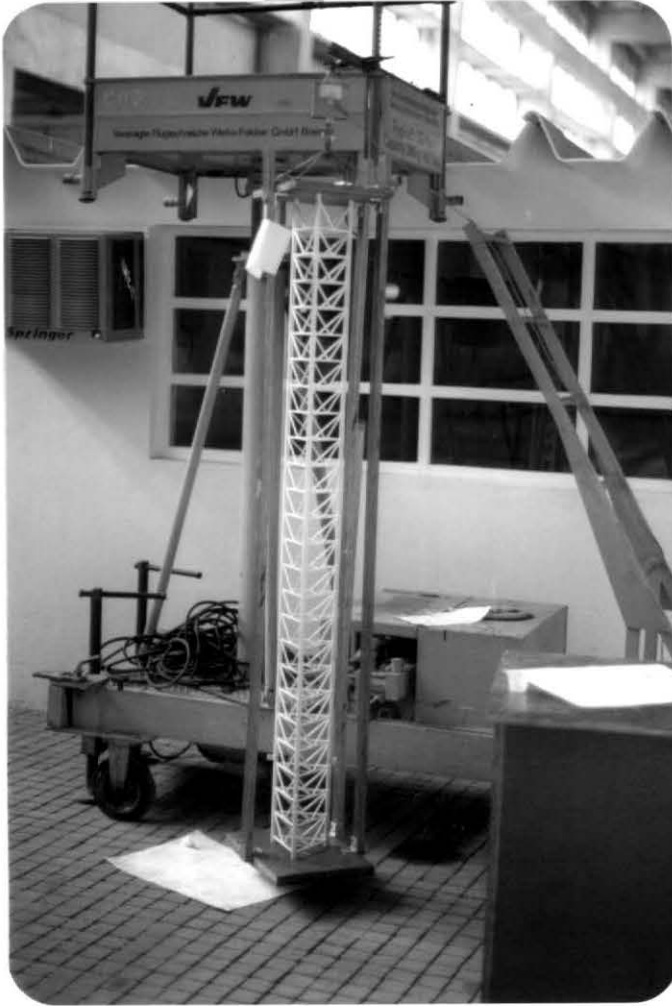


Foto V.6 - Modelo sendo pesado para determinar a massa específica dos *chords*

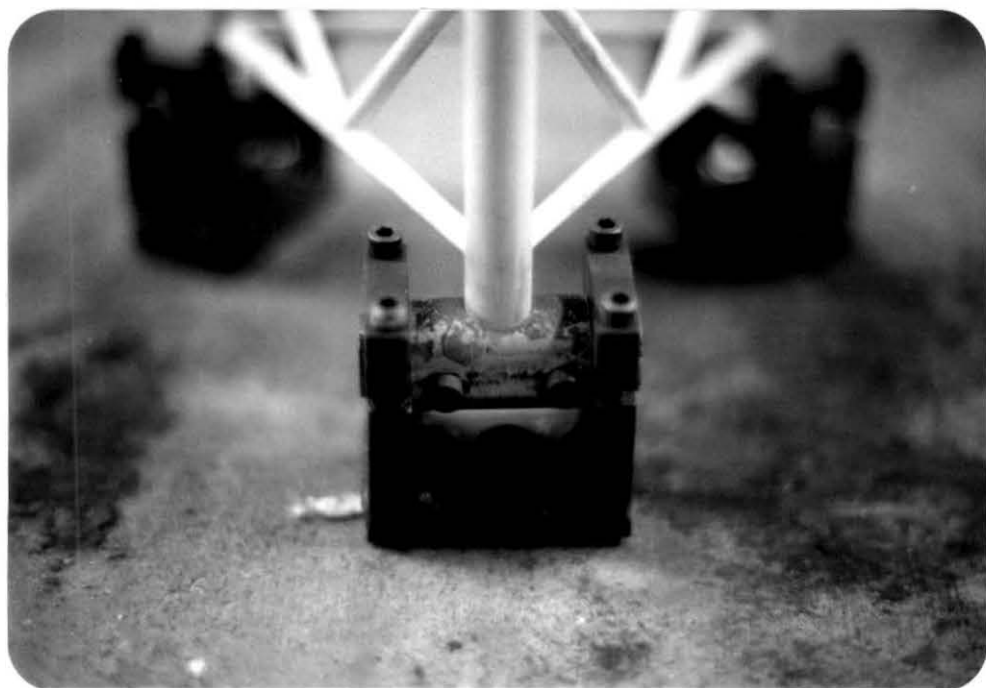


Foto V.7 - Detalhe do apoio do modelo

V.2. INSTRUMENTAÇÃO DO MODELO FÍSICO PARA ENSAIOS

Para a determinação experimental do comportamento dinâmico do modelo, e, conseqüentemente, a verificação da modelagem física, a perna foi instrumentada, no convés e ao longo da altura, com micro-acelerômetros, como mostram esquematicamente a Figura V.1 e a Foto V.8. Estes acelerômetros, instalados no modelo, além de grande sensibilidade, possuem peso reduzido (≈ 25 g), tendo efeito desprezível na distribuição de massa da estrutura.

Com os micro-acelerômetros é possível obter registros das resposta aceleração x tempo, que podem ser gravadas em fita magnética ou registradas diretamente no papel.

Os ensaios realizados são de dois tipos:

a) Ensaio de Vibrações Livres

As principais finalidades deste ensaio são a determinação das frequências naturais e a determinação da taxa de amortecimento, no ar, na água e no fluido de densidade elevada.

O ensaio de vibrações livres consistiu em submeter-se o modelo a impulsos (10 impulsos) numa determinada direção e posteriormente repetir a seqüência de impulsos forçando-se um modo de torção; isto é ilustrado na Foto V.9.

Os sinais dos acelerômetros, depois de amplificados e filtrados, foram gravados simultaneamente, utilizando-se um gravador de sete canais. Isto é ilustrado no esquema A da Figura V.2, que, também nos seus esquemas B e C, apresenta respectiva-

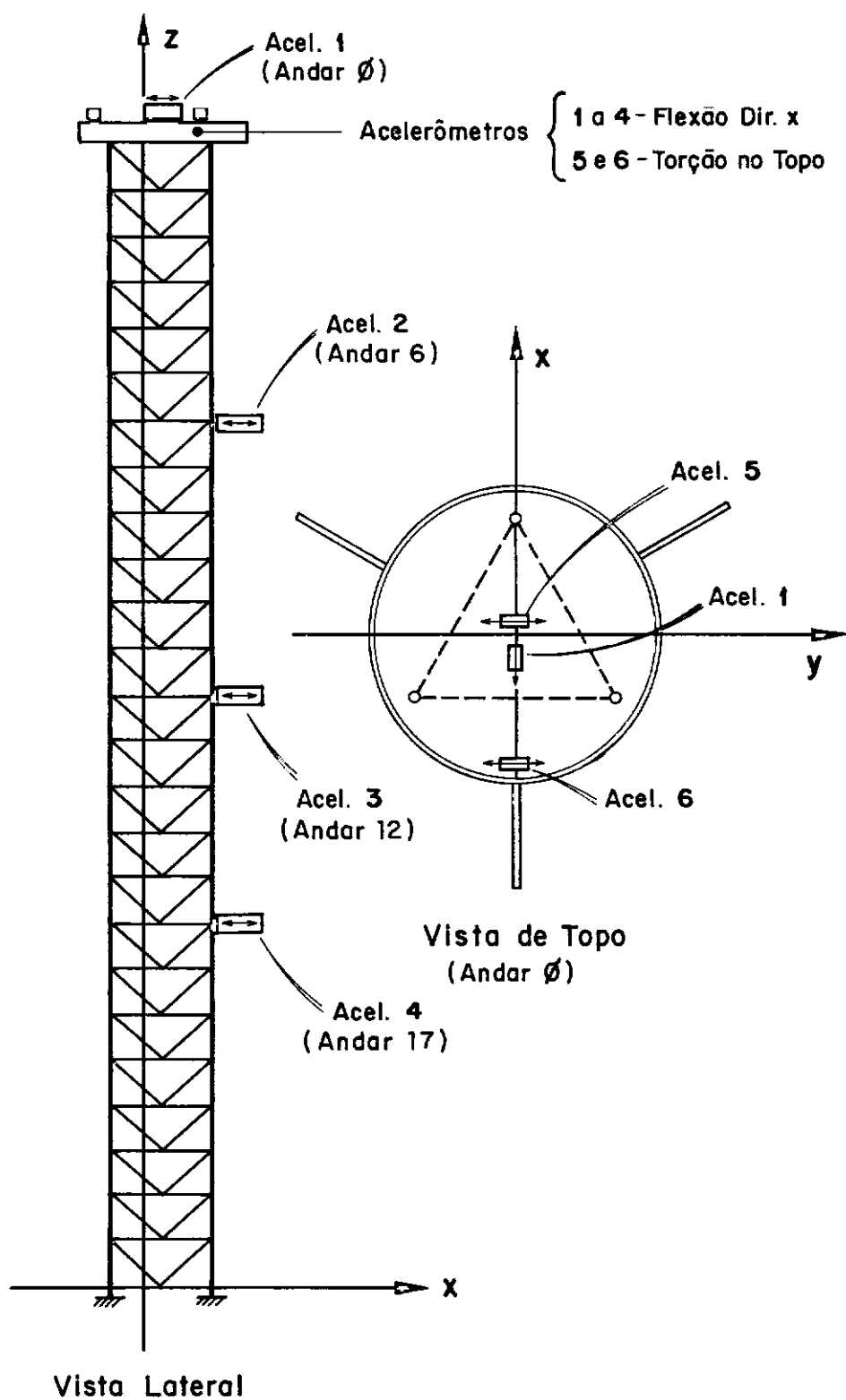
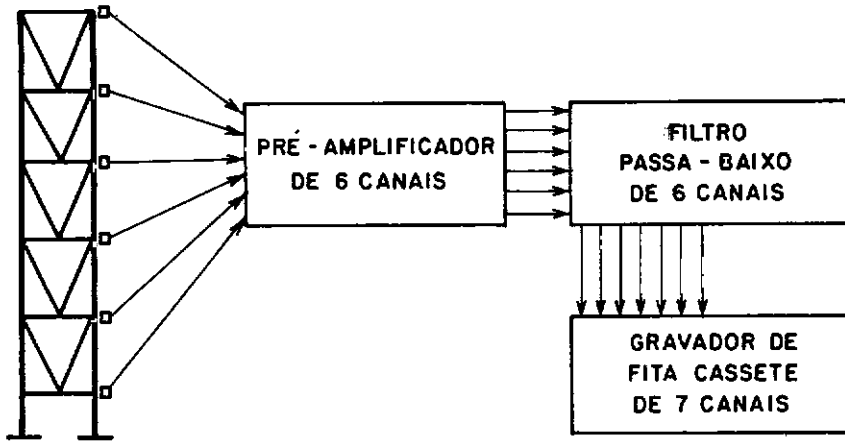


Fig. V.1 - Croquis da instrumentação utilizada nos ensaios.

ESQUEMA A - Gravação dos sinais dos acelerômetros nos ensaios de vibração livre.



ESQUEMA B - Registro gráfico dos sinais dos acelerômetros para determinação da taxa de amortecimento.



ESQUEMA C - Análise espectral para determinação das frequências naturais.

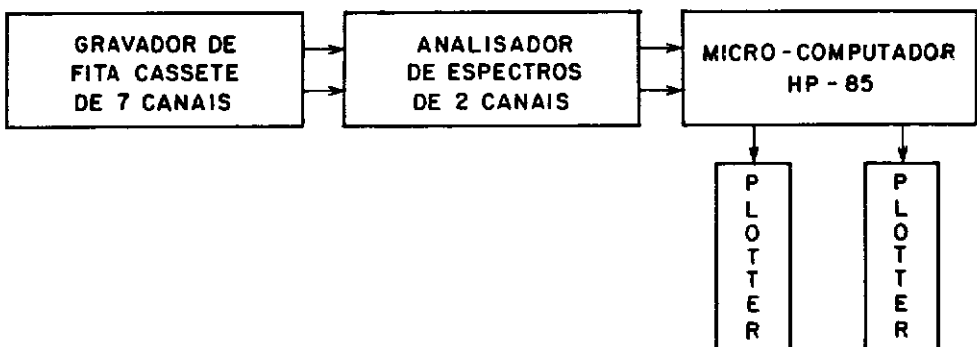


Fig. V.2 - Esquemas dos equipamentos utilizados para gravação e análise dos sinais dos acelerômetros nos ensaios de vibrações livres.

mente as técnicas para determinação da taxa de amortecimento (relativa ao 1º modo de flexão) e para determinação das principais freqüências (relativas a modos globais). As Fôtos V.10, V.11 e V.12 ilustram os equipamentos utilizados neste ensaio.

b) Ensaio de Vibração Forçada

As principais finalidades deste ensaio são a verificação das freqüências naturais, já obtidas no ensaio de vibração livre, e a determinação dos modos de vibração associados a estas freqüências naturais. Este ensaio foi realizado no ar e na água, sendo o esquema e o equipamento de ensaio ilustrados respectivamente na Figura V.3 e na Foto V.13.

Na Foto V.14 é mostrado o excitador magnético utilizado para excitar a estrutura. Acoplado a este excitador existe um *load-cell* que permite registrar a força de excitação.

Entrando-se no osciloscópio com o sinal da força de excitação e o sinal de um dos acelerômetros mostrados na Figura V.1 (geralmente o de maior amplitude de aceleração), podem-se obter as freqüências naturais, fazendo-se uma varredura nas freqüências de excitação até a formação de figuras de Lissajou na tela de osciloscópios.

Uma vez encontrada a freqüência natural, registra-se simultaneamente, em papel, os sinais dos acelerômetros, com o modelo sob excitação forçada, identificando-se assim, o modo de vibração associado a cada freqüência natural. Na Figura V.4 ilustra-se a posição utilizada para excitar o modelo de forma a obter modos de vibrações de flexão.

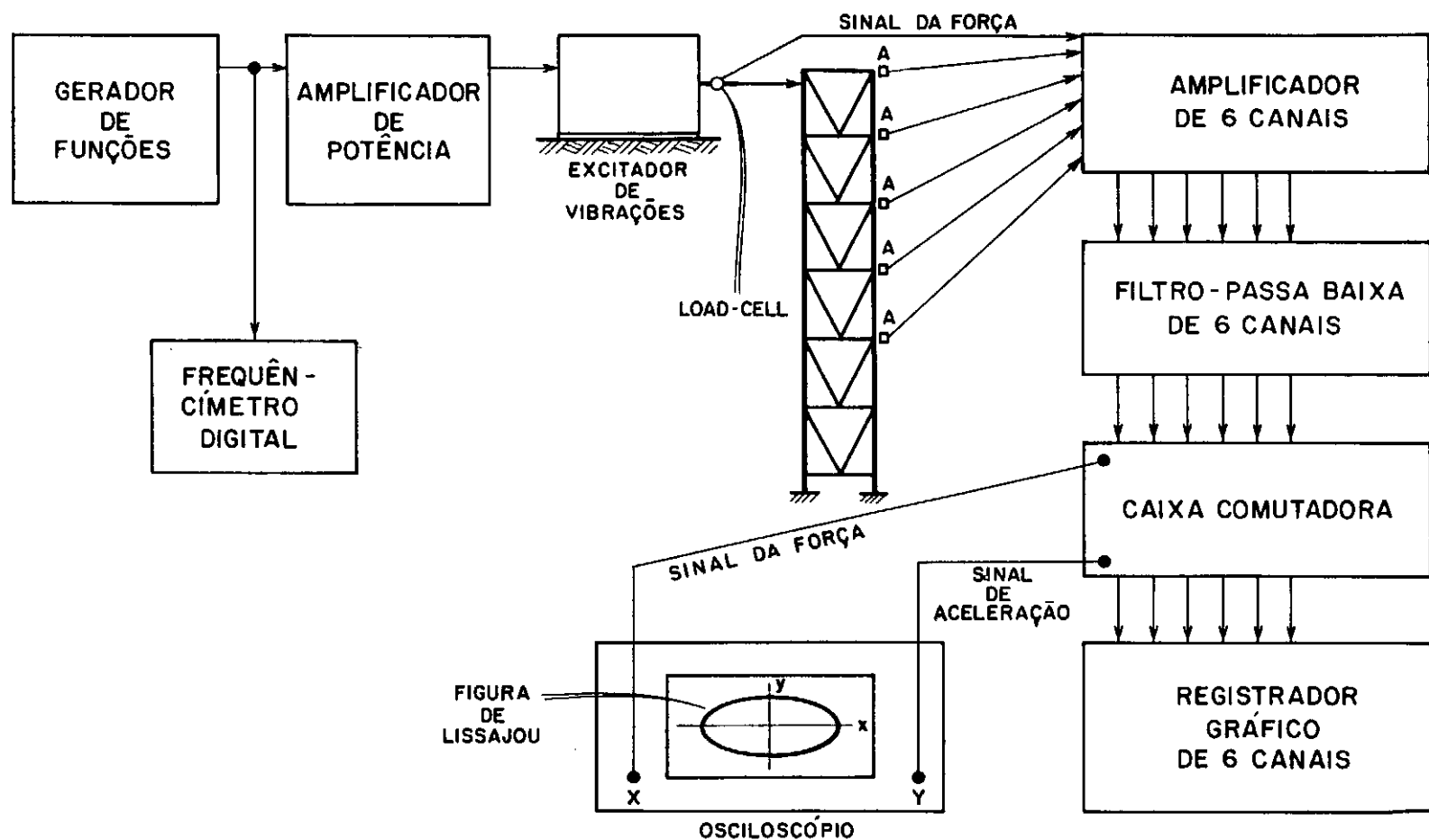


Fig. V.3 - Esquema de ensaio utilizado para ensaios de vibrações forçadas.

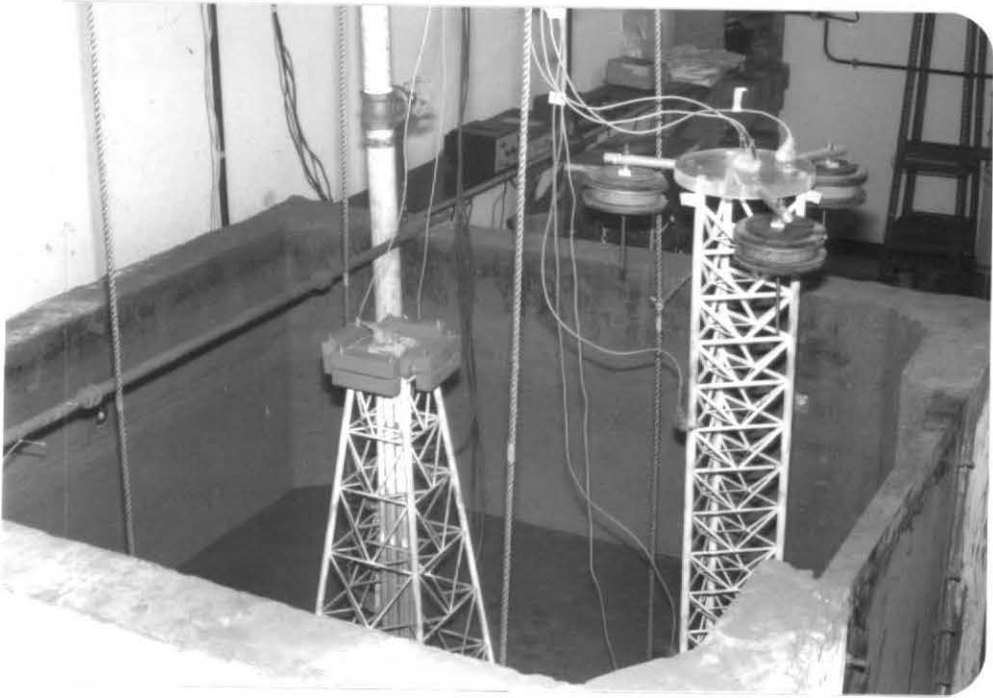


Foto V.8 - Modelo no tanque para o ensaio com fluido de densidade elevada

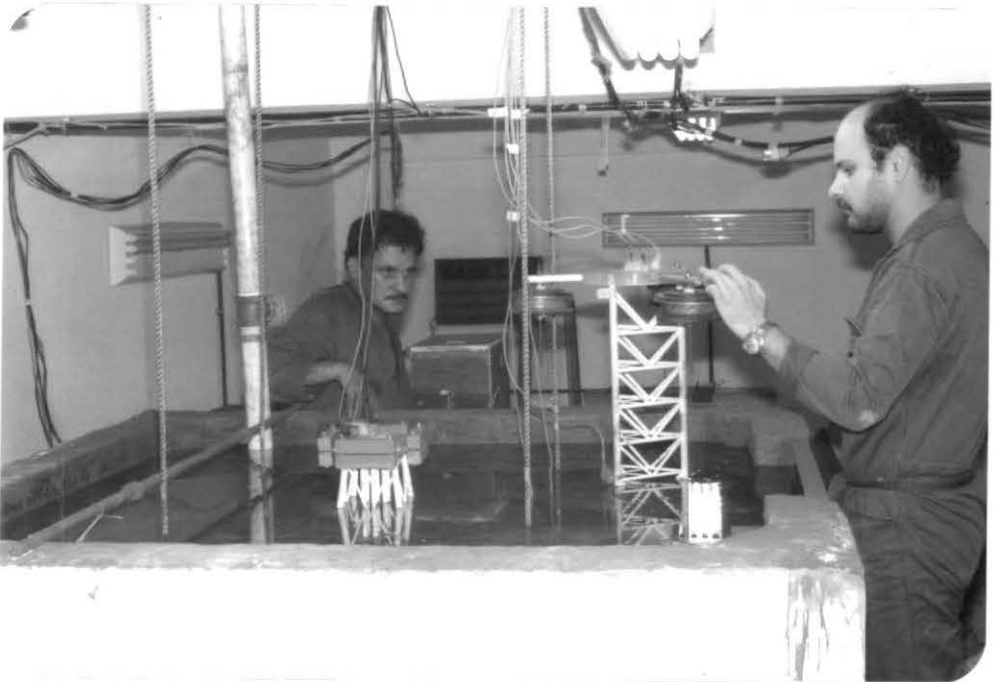


Foto V.9 - Modelo sendo submetido ao ensaio de vibrações livres (impactos) no fluido de alta densidade



Foto V.10 - Alguns equipamentos utilizados para a gravação dos sinais dos acelerômetros (vide Figura V.2, esquema A)

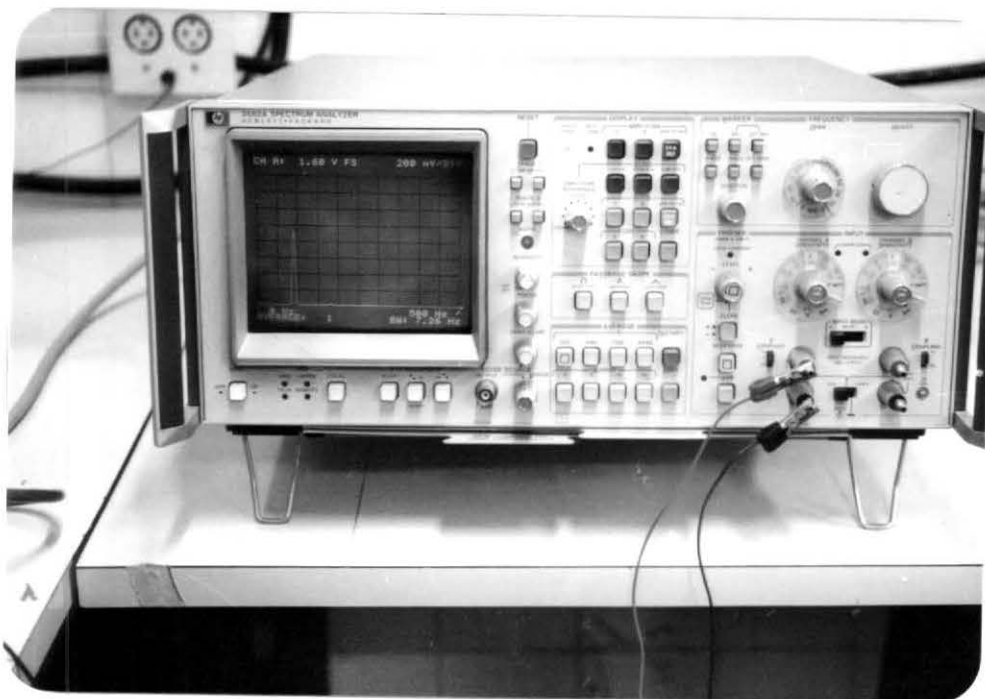


Foto V.11 - Analisador de espectro utilizado para a análise dos sinais gravados no ensaio de vibrações livres



Foto V.12 - Sistema micro-computador/ploter utilizado para desenhar os espectros

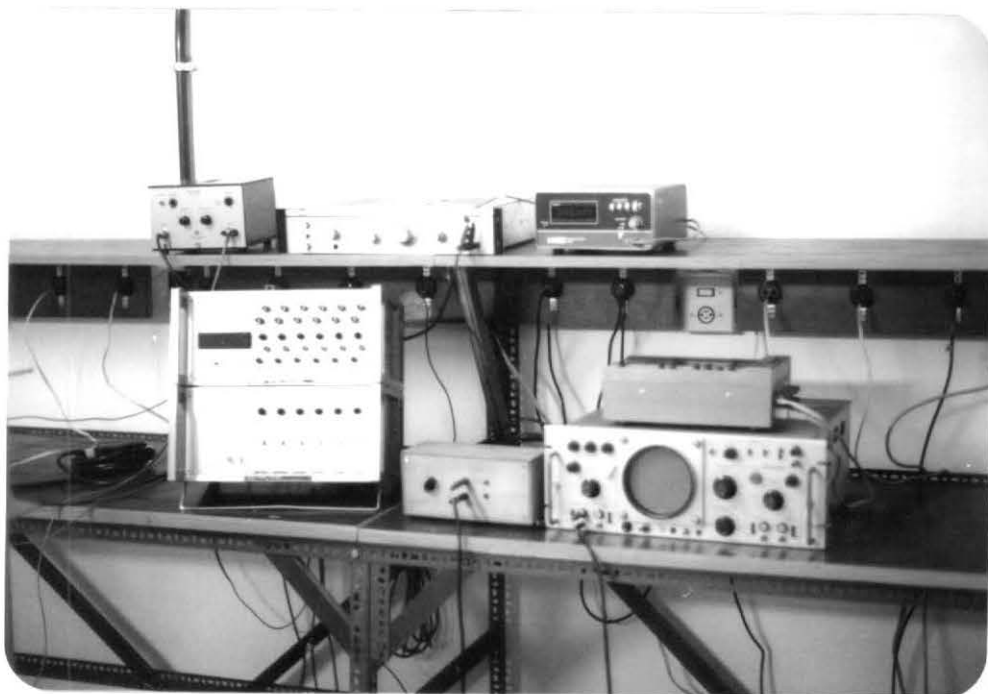


Foto V.13 - Alguns equipamentos utilizados no ensaio de vibração forçada

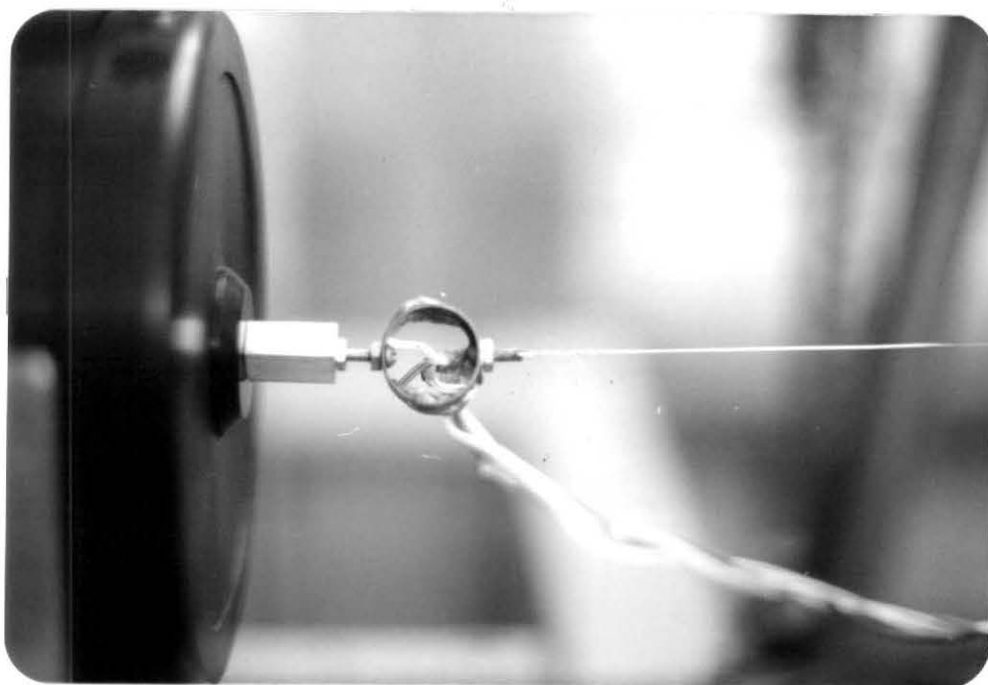


Foto V.14 - Excitador magnético associado a um *load-cell* para o ensaio de vibração forçada

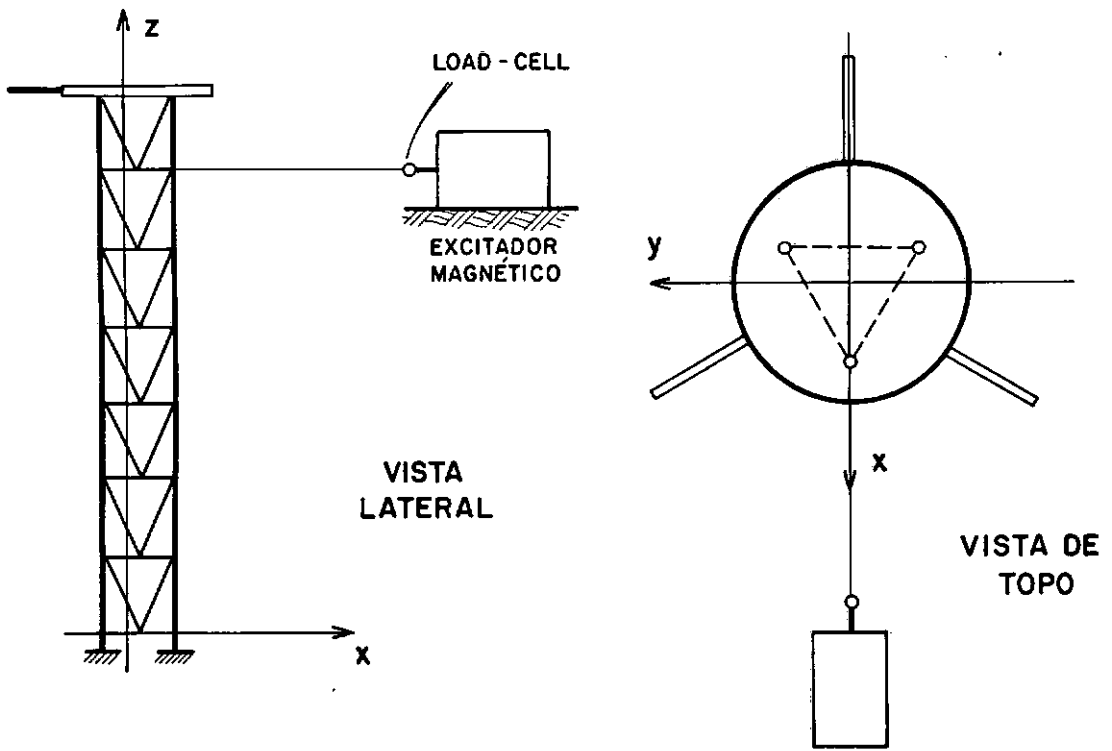


Fig. V.4 - Esquema utilizado para excitar o modelo, a flexão nos ensaios de vibração forçada.

V.3. AJUSTE NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DO MODELO FÍSICO

V.3.1. INTRODUÇÃO

O ajuste numérico-experimental, neste segundo ciclo de ajuste, é ilustrado pelo fluxograma da Figura V.5.

Este ajuste envolve a introdução na modelagem numérica (Modelo Idealizado), dos dados obtidos durante a confecção do

modelo físico (massa específica dos *chords* e módulo de elasticidade medido), ajustando-se ainda, paralelamente (nos modelos físico e numérico), a massa do convês.

Este ciclo de ajuste é considerado completo quando as frequências naturais, associadas aos primeiros modos globais do Modelo Ideal (resultados teóricos), Modelo Idealizado (resultados numéricos) e Modelo Físico (resultados experimentais), estão bem próximos, possibilitando a extrapolação dos resultados do Modelo Físico para o protótipo.

V.3.2. AJUSTE DO MODELO IDEALIZADO

A) Massa específica

Conforme já foi discutido anteriormente (vide Capítulo IV), a massa específica da estrutura deve ser aumentada, a fim de compensar o "excesso" de rigidez que esta possui. Para este aumento na massa específica da estrutura, adotou-se o preenchimento dos *chords* com mercúrio, como descrito na seção V.1. Através da pesagem do Modelo Físico, realizada durante esta etapa de construção, obteve-se

$$\rho_{chord}^{médio} = 26,81 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

onde

$\rho_{chord}^{médio}$ - é a massa específica média dos *chords*.

Este valor de $\rho_{chord}^{médio}$ deve ser introduzido na modelagem numérica (Modelo Idealizado) de modo a simular, com o máximo de aproximação, a massa distribuída do Modelo Físico.

Um outro parâmetro, influenciado pela massa distribuída, é a densidade do fluido ideal para os ensaios (vide Capítulo IV), que deverá ser corrigido para os Modelos Físico e Idealizado, passando-se a utilizar

$$\rho_w = 2,34 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

que, quando comparado ao valor anterior (utilizado na modelagem numérica - vide item h da seção IV.4.3), verifica-se ser aproximadamente igual a este último valor.

B) Módulo de Elasticidade

Para a modelagem numérica foi utilizado inicialmente o módulo de elasticidade $E = 3317,30 \text{ N/cm}^2$, retirado de um modelo construído com o mesmo material [8]. No entanto, este valor deve ser ajustado para o modelo aqui analisado.

A fim de corrigir o valor do módulo de elasticidade, a rigidez global da estrutura foi medida experimentalmente e comparada àquela obtida numericamente do Modelo Idealizado.

A Figura V.6 ilustra o ensaio estático para obtenção da rigidez global do Modelo Físico. Este ensaio consistiu em se impor um certo deslocamento transversal no topo e, utilizando-se um *load-cell* de grande sensibilidade, medir a força necessária para se impor este deslocamento; isto é ilustrado nas Fotos V.15 e V.16. Paralelamente, através de uma análise estática, foi imposto ao Modelo Idealizado (com as características descritas na seção IV.4.3) uma carga unitária e calculado o respectivo deslocamento.

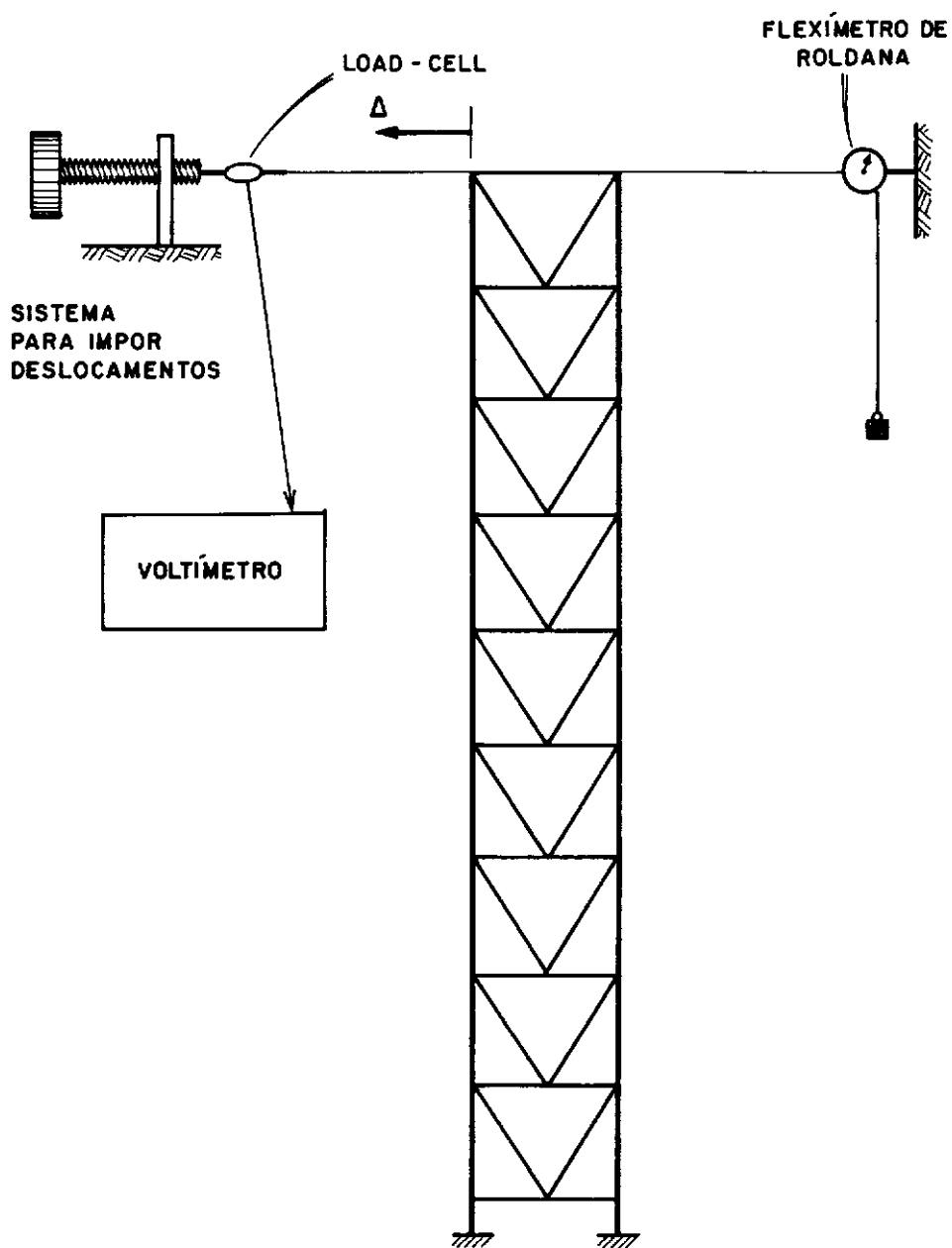


Fig. V.6 - Croquis do ensaio estático para determinação da rigidez global do modelo físico.

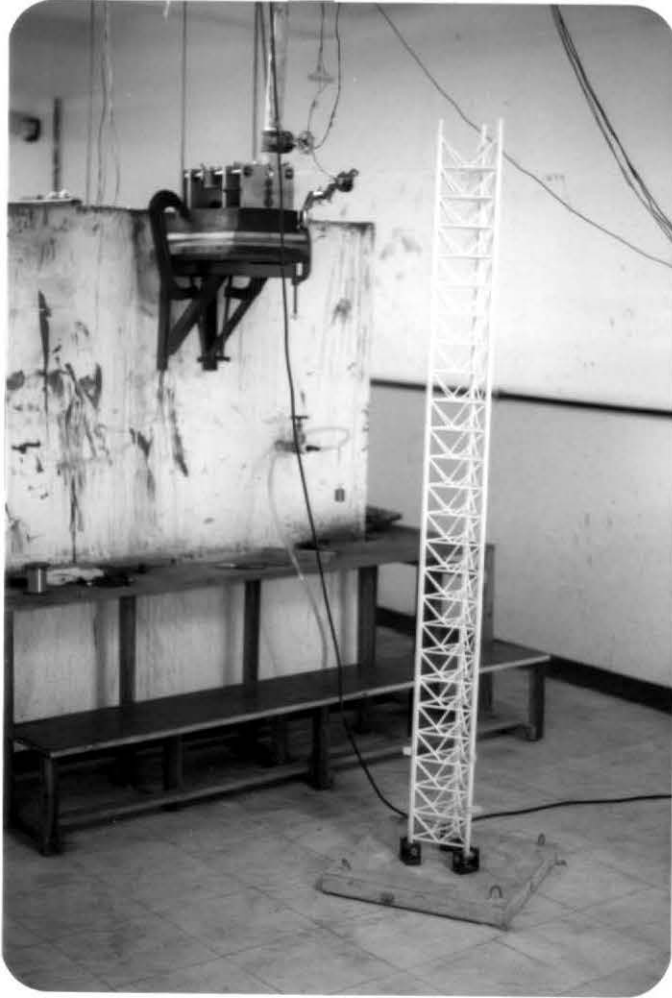


Foto V.15 - Modelo completo, utilizando os apoios definitivos, no ensaio de rigidez

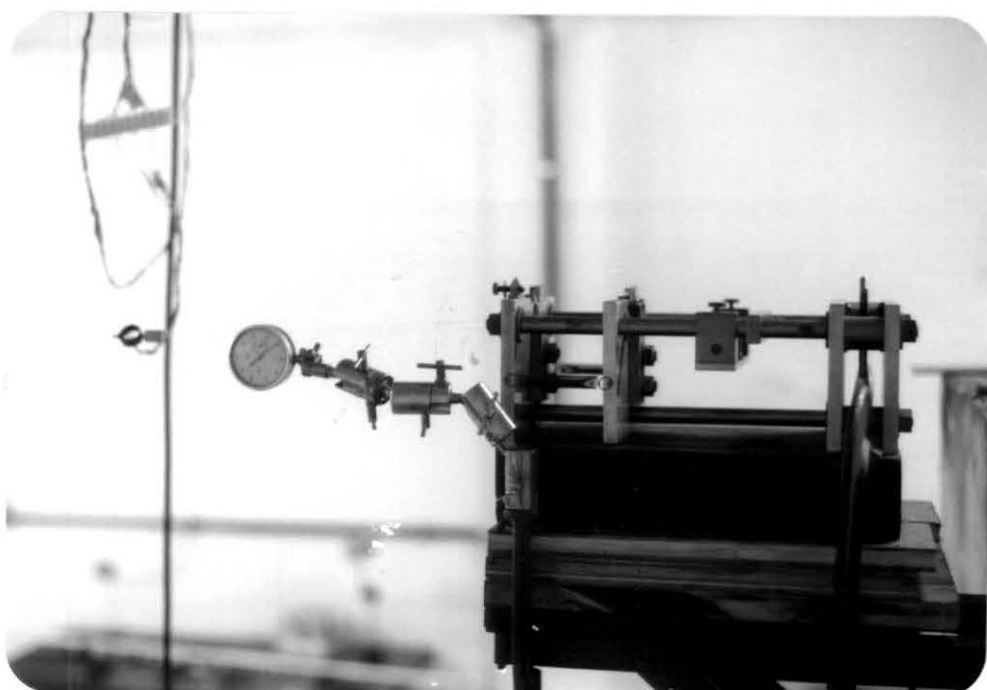


Foto V.16 - Detalhe do equipamento utilizado no ensaio de rigidez

Os resultados obtidos experimentalmente são mostrados no gráfico carga x deslocamento da Figura V.7, onde são comparados aos resultados numéricos. A partir dos resultados apresentados no gráfico da Figura V.7, pode-se concluir que o módulo de elasticidade deve ser:

$$E = 3317,30 \times \frac{.65}{.61} = 3534,83 \text{ N/cm}^2 ,$$

valor este que se enquadra dentro da faixa de tolerância dos resultados obtidos para ensaio de rigidez de elementos isolados (16).

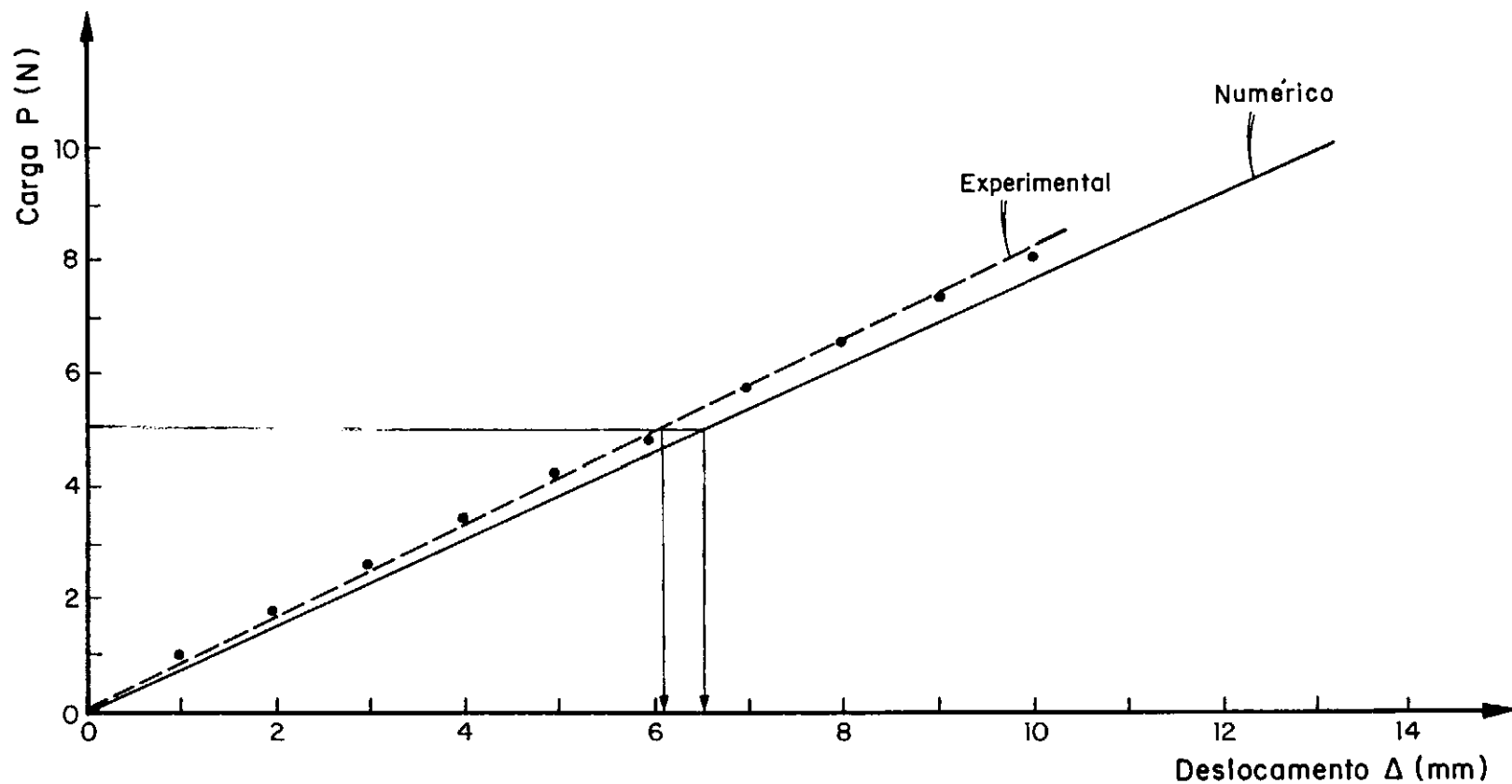


Fig. V.7 - Gráfico carga x deslocamento obtido experimental (Modelo Físico) e Numéricamente (Modelo Idealizado).

V.3.3. AJUSTE NO MODELO FÍSICO

O principal ajuste no Modelo Físico é a introdução da massa do convês. Na seção IV.4.3 observou-se a necessidade de:

- a) aumentar a massa do convês, passando-se a utilizar $M = 11,89 \text{ kg}$, o que corresponde a um acréscimo de 50%;
- b) aumentar a excentricidade das massas concentradas (mas mantendo-se o centro global de massa do eixo z) no topo da estrutura.

O item (a), refere-se à correção da 1ª frequência associada ao modo de flexão. Para isto, adicionou-se ao Modelo Físico massas concentradas na extremidade dos alongadores até o valor de 12,06 kg, o qual se aproxima bastante do valor requerido no ajuste numérico. O item (b), por sua vez, refere-se à 1ª frequência de torção. Através de correções graduais de excentricidades das massas localizadas nos braços alongadores, foi possível também satisfazer ao ajuste requerido pelos resultados do Modelo Idealizado.

Para contornar problemas construtivos, e manter a distância entre os níveis de apoio e do topo, a posição vertical do centro de massa foi deslocado. Este ajuste conduziu o centro de massa a uma posição um pouco abaixo do nível da sapata, como pode ser visto nas Fotos V.8 e V.9.

Com a introdução destas modificações, os resultados experimentais obtidos, foram bastante próximos dos valores encontrados para os Modelos Ideal e Idealizado. As comparações entre estes resultados experimentais, numéricos e teóricos, são apresentados e analisados no próximo capítulo.

CAPÍTULO VI

ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS REALIZADOS COM O MODELO REDUZIDO

VI.1. INTRODUÇÃO

A investigação experimental do comportamento dinâmico do modelo, foi efetuada em três etapas: no ar, na água e em fluido pesado ($\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$), seguindo-se a metodologia apresentada na seção V.2.

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos através da análise das respostas dos acelerômetros instalados no modelo, segundo plano de instrumentação ilustrado na Figura V.1 da seção V.2.

Devido à proximidade das frequências associadas aos modos globais de flexão nas direções x e y (vide Fig. V.1), apresenta-se aqui somente uma análise para a direção x comparando-se modos e frequências associadas, resultantes dos trabalhos experimentais, numéricos e teóricos.

VI.2. VIBRAÇÕES NO AR

A Tabela VI.1 apresenta os resultados experimentais em termos de frequências (Hz) obtidos, para o modelo reduzido em vibrações livres no ar. Apresenta-se ainda nesta tabela, os resultados numéricos e teóricos para uma pronta avaliação dos resultados experimentais obtidos.

Tabela VI.1 - Resultados para vibrações livres no ar -
Frequências naturais (Hz)

Modos Globais	Teórico (Modelo Ideal)	Numérico (Modelo Idealizado)	Experimental (Modelo Físico)
(*) 1ª Flexão	1,18	1,19	1,08
1ª Torção	2,66	2,64	2,28
(*) 2ª Flexão	14,79	12,75	11,6
2ª Torção	19,86	27,85	21,6
1ª Axial	21,13	19,82	(**)
(*) 3ª Flexão	33,14	29,41	37,6

- Precisão dos resultados experimentais ($\pm 0,4$ Hz), excetuando-se as frequências associadas aos primeiros Modos de Flexão e Torção ($\pm 0,04$ Hz).

(*) Modos globais relativos à flexão na direção x (vide Fig. V.1).

(**) Não foi identificado.

A boa comparação entre os resultados apresentados na Tabela VI.1 (experimental, numérico e teórico), mostra a validade do modelo físico construído.

Os resultados experimentais para frequências naturais apresentados na Tabela VI.1, foram obtidos a partir de espectros de aceleração de diversas campanhas de medição realizadas durante os ensaios de vibração livre no ar (vide item V.2a), sendo alguns dos espectros mais elucidativos apresentados nas Figuras VI.1 (a-c).

Com o intuito de identificar os modos de vibração, associados a essas frequências naturais, foram realizados ensaios de vibração forçada, utilizando-se a metodologia do item V.2b e, o mesmo plano de instrumentação utilizado para vibração livre (vide Fig. V.1).

Excitando-se o modelo, através de uma força dinâmica (amplitude senoidal) transversal ao modelo na direção x, e utilizando-se os registros simultâneos das respostas dos acelerômetros instalados ao longo da altura da perna, permitiram a identificação dos 2º e 3º modos de flexão, como ilustra a Figura VI.2. No entanto, devido à limitação do excitador (que permite excitar apenas as frequências maiores do que 5 Hz) não foi possível buscar os modos mais baixos - 1ª Flexão (≈ 1 Hz) e 1ª Torção (≈ 2 Hz) -. Devido ainda, ao plano de instrumentação, idealizado para modos de flexão, não foi possível se obter dados suficientes, ao longo da perna, para ilustrar graficamente o segundo modo de torção. Entretanto, este modo foi identificado através dos acelerômetros 5 e 6 (vide Fig. V.1), durante a fase de ensaios na frequência de 23,8 Hz.

Espectros de Aceleração

. Vibrações Livres no Ar

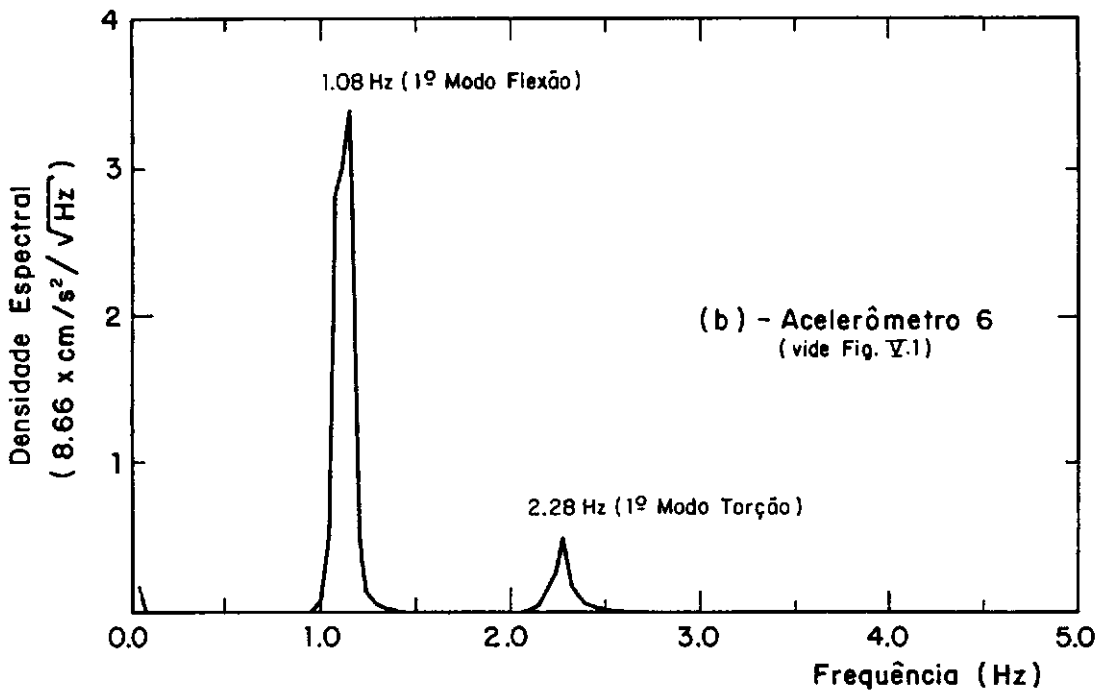
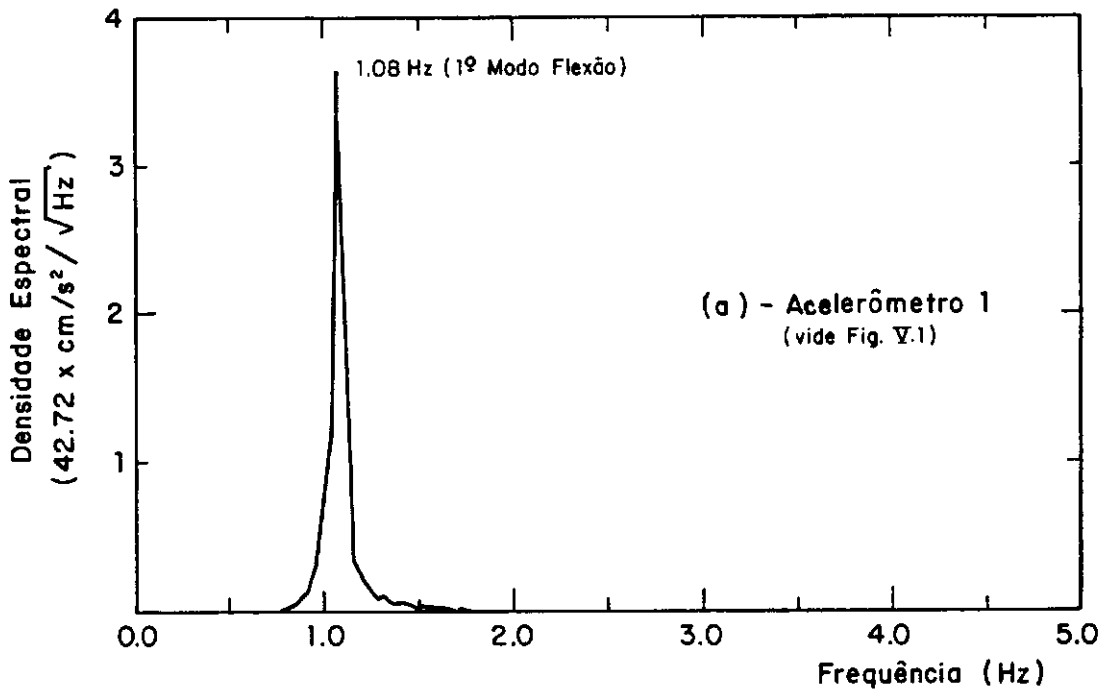


Fig. VI.1(a-b) - Densidade Espectral de Aceleração para o modelo Vibrando no ar, impactos na direção x.

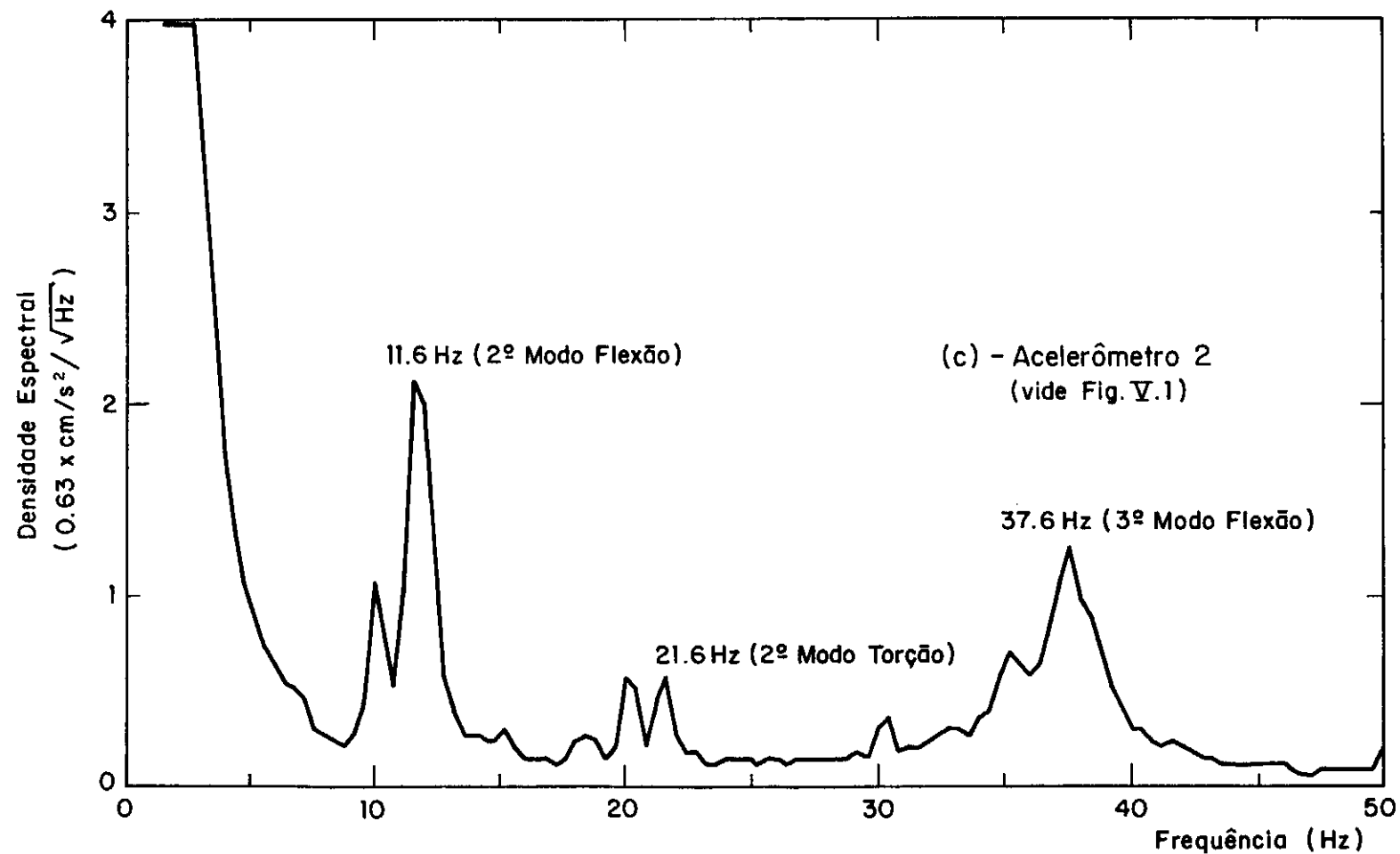


Fig. VI.1(c) - Densidade Espectral de Aceleração para o Modelo Vibrando no ar, impactos na direção x.

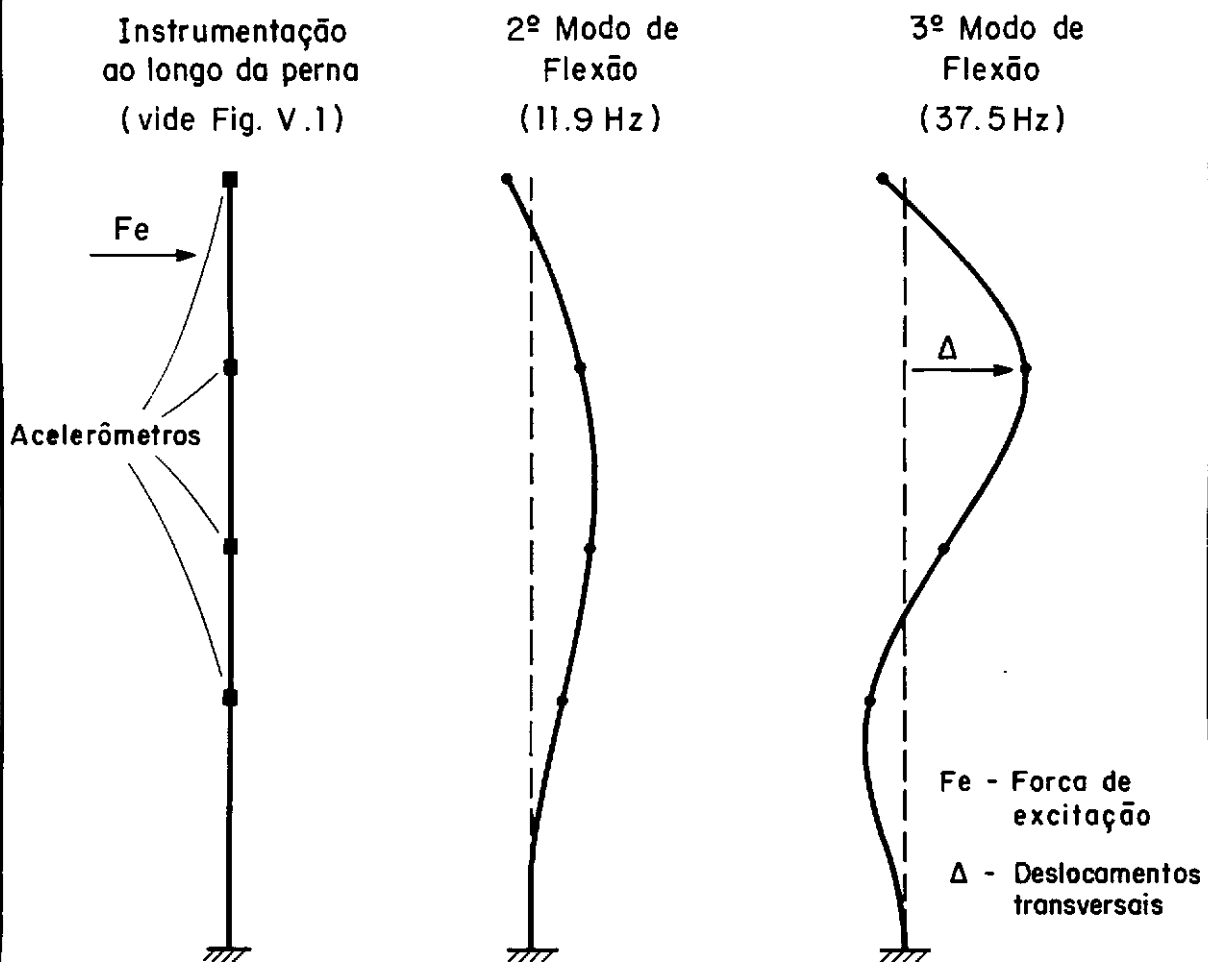


Fig. VI.2 - Modos globais de vibração obtidos experimentalmente nos ensaios de vibração forçada no Ar (vide seção V.2b).

Para determinação da taxa de amortecimento, via técnica do decremento logarítmico, os sinais de aceleração gravados em fita cassete, foram registrados em papel foto sensível (vide item V.2 a). A Figura VI.3 mostra como exemplo, um sinal que representa a resposta dinâmica do acelerômetro 1, quando o modelo é submetido a um impulso na direção x.

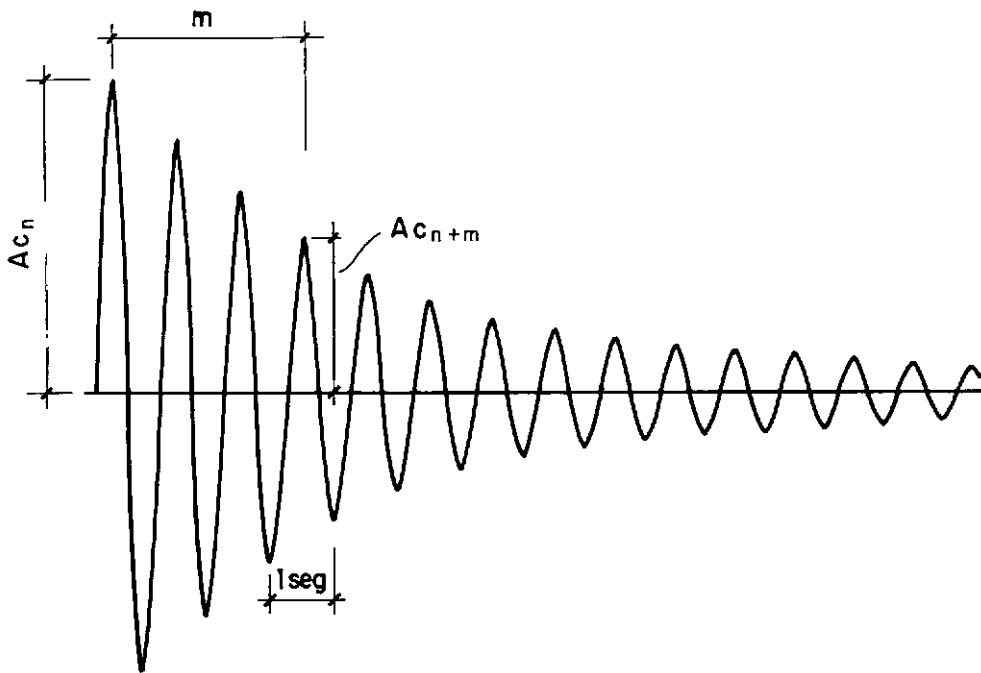


Fig. VI.3 - Resposta do acelerômetro 1 devido à impactos na direção x, modelo vibrando no ar (vide Fig.V.1 para instrumentação).

A partir deste sinal (Fig. VI.3), é possível obter-se as taxas de amortecimento estrutural associado ao primeiro modo de flexão, por decremento logarítmico:

$$\xi = \frac{1}{2\pi m} \ln \frac{A_{c_n}}{A_{c_{n+m}}} \quad (\text{VI.1})$$

onde

A_{c_n} - é a amplitude de aceleração do n-ésimo ciclo;

$A_{c_{n+m}}$ - é a amplitude de aceleração do (n+m)-ésimo ciclo;

m - número de ciclos entre as duas amplitudes de ac
leração tomadas.

O número "m", de ciclos normalmente utilizados para o cãl
culo da taxa de amortecimento, é aquele que corresponde a uma
redução de 50% da amplitude do sinal (17). No entanto, na au-
sência de um número elevado de registros esta têcnica não foi
empregada. Utilizou-se alternativamente $m = 1$, isto é, foi me-
dido ciclo a ciclo cada sinal de aceleração. Esta têcnica obje-
tivou obter o maior número de pontos experimentais possível.

Para avaliar o deslocamento relativo a cada amplitude de
aceleração, fez-se a hipótese de que cada pico de aceleração do
sinal correspondesse a um pico de um sinal harmônico, como ilus-
tra a Figura VI.4, tendo-se:

$$a(t) = A_{c_i} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right) \quad (\text{VI.2})$$

onde

A_{c_i} - amplitude de aceleração (medido no sinal)

$a(t)$ - amplitude de aceleração no tempo (t)

$T=1/f$ - período

Integrando-se duas vezes a equação (VI.2) em relação ao
tempo "t", no intervalo (0 - T/4), obtém-se

$$\Delta_i = \frac{A_{c_i}}{(2\pi f)^2} \quad (\text{VI.3})$$

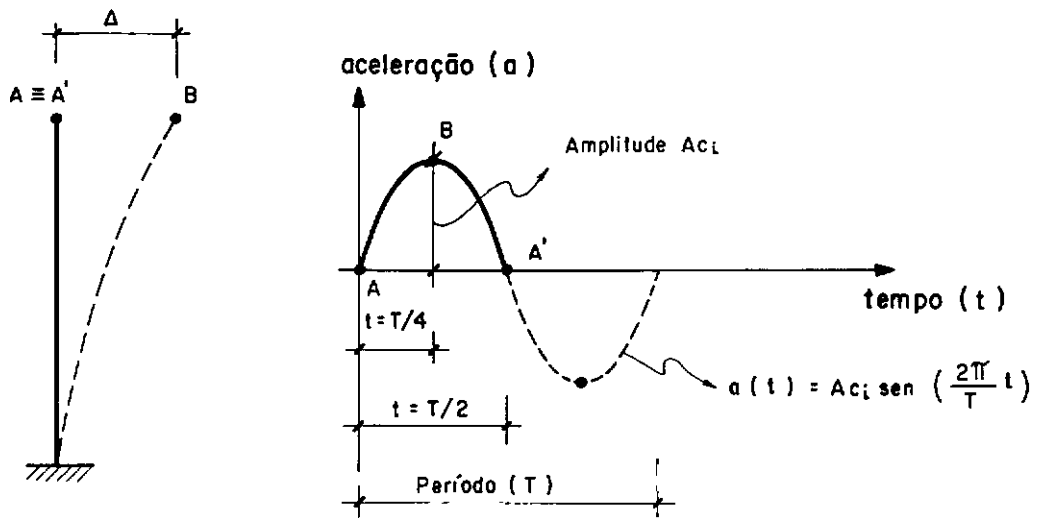


Fig. VI.4 - Hipótese para cálculo do deslocamento Δ , a partir dos sinais de aceleração.

onde, o deslocamento " Δ_i ", correspondente a um pico de aceleração A_{c_i} , que juntamente com o próximo pico $A_{c_{i+1}}$ determina, via eq. (VI.1), uma taxa de amortecimento ξ_i .

Com o intuito de facilitar a extrapolação dos resultados aqui obtidos com o modelo, para o protótipo, adotou-se um parâmetro adimensional $\bar{\Delta}_i$, o qual representa o deslocamento transversal Δ_i .

Sendo,

$$\bar{\Delta}_i = \frac{\Delta_i \cdot L_s}{L^* \cdot D} \quad (\text{VI.3a})$$

onde

L^* - distância entre *chords* (15,71 cm);

L_s - comprimento da perna (183,21 cm);

D - diâmetro do *chord* (1,45 cm).

Estes pares de valores ($\bar{\Delta}_i$, ξ_{A_i}) juntamente com a curva matemática ajustada a partir deles, pelo método dos mínimos quadrados, estão ilustrados na Figura VI.5. Esta figura mostra a variação da taxa de amortecimento ξ_A com o acréscimo de amplitude da resposta em deslocamento, representado pelo parâmetro $\bar{\Delta}$.

O fato mais importante a se observar no gráfico da Figura VI.5 é a tendência da curva experimental em alcançar um patamar com o acréscimo de deslocamento, isto é, um valor máximo para a taxa de amortecimento no Ar, ξ_A .

Esta tendência do gráfico, parece ser dependente não só do material, mas principalmente da forma geométrica da perna e da dissipação de energia no meio ar. Esta interpretação é induzida pelo resultado para ξ obtido para uma barra isolada constituída do mesmo material - ξ aproximadamente constante para $\bar{\Delta}$ crescente. Esta tendência da taxa de amortecimento foi posteriormente corroborada pelos resultados dos ensaios com o modelo completo da Plataforma AE48 (14).

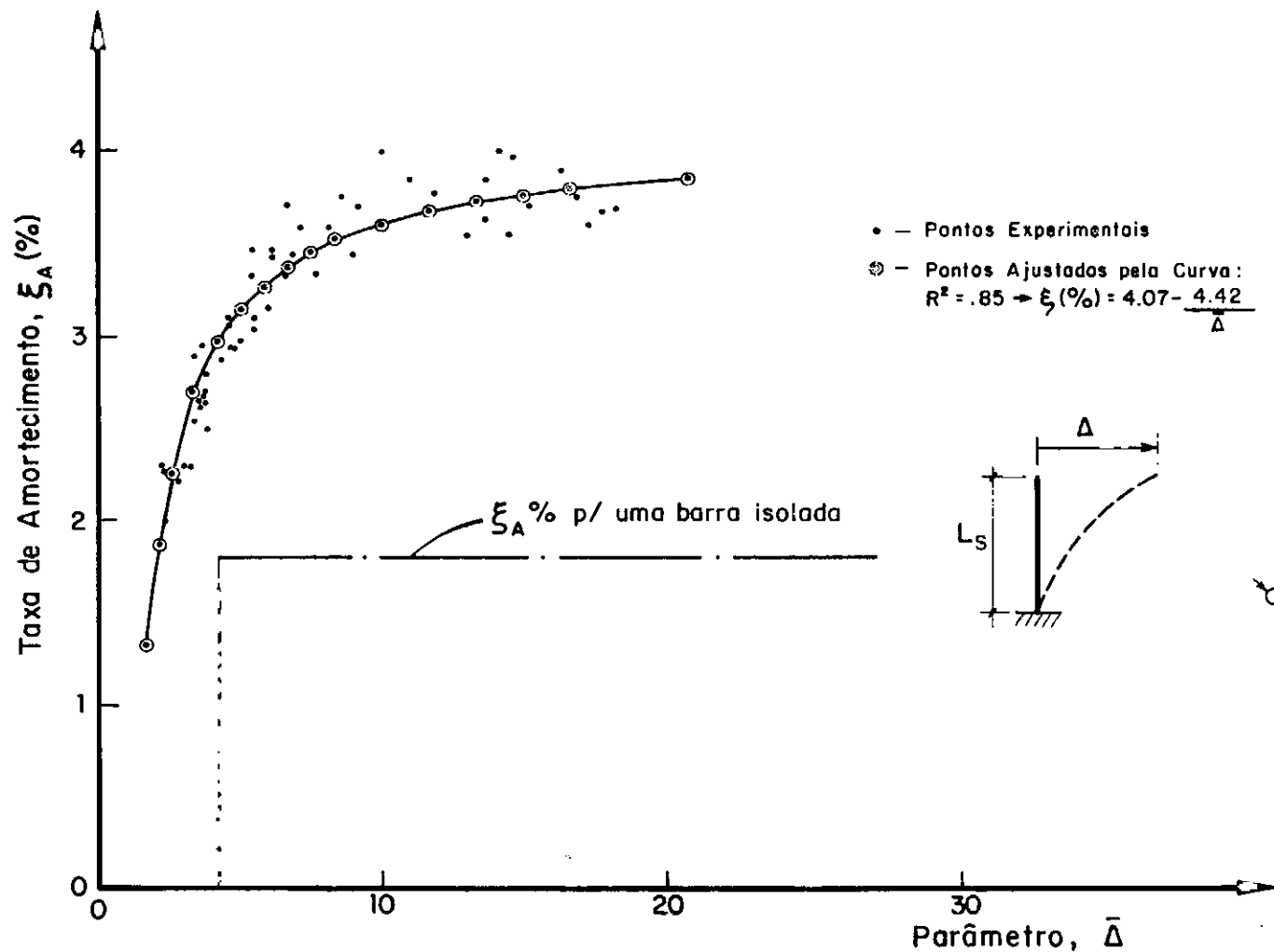


Fig. VI.5 - Variação da Taxa de Amortecimento (ξ_A %) com incremento do parâmetro ($\bar{\Delta} = \Delta \cdot L_s / L^* \cdot D$).

VI.3. VIBRAÇÕES NA ÁGUA

A Tabela VI.2 apresenta os resultados experimental e numérico em termos de frequência (Hz) obtidos para o modelo em "vibração livre" na água e, também, a comparação destes resultados com os obtidos anteriormente para vibrações no Ar.

Estes ensaios na água foram conduzidos visando tão somente uma avaliação prévia de possíveis alterações modais, oriundas da interação com um fluido, não ideal, de densidade relativamente baixa.

Tabela VI.2 - Resultados para vibrações livres na Água - Frequências naturais (Hz)

Modos Globais	Água		Ar	
	Numérica	Experimental	Numérica	Experimental
(*) 1ª Flexão	1,18	1,08	1,19	1,08
(*) 1ª Torção	2,63	2,28	2,64	2,28
(*) 2ª Flexão	11,93	11,2	12,75	11,6
2ª Torção	25,44	(***)	27,85	21,6
1ª Axial	19,76	(**)	19,82	(**)
(*) 3ª Flexão	27,92	33,6	29,41	37,6

- Precisão dos resultados experimentais ($\pm 0,4$ Hz) excetuando-se as frequências associadas aos 1º Modo de Flexão e Torção ($\pm 0,04$ Hz).

(*) Modos globais relativos à flexão na direção x (vide Fig. V.1).

(**) Não foi identificado.

(***) Só identificada na vibração forçada.

De modo análogo, ao que foi apresentado no item anterior, as Figuras VI.6 (a-c) e VI.7 (a) mostram respectivamente os espectros relativos à Vibração Livre e os modos obtidos através da Vibração Forçada para o modelo vibrando na Água.

A frequência associada ao segundo modo de torção, não foi identificada através dos espectros de aceleração, sendo somente aferida através dos ensaios de vibração forçada. Na Figura VI.7 (b) apresentam-se os sinais dos acelerômetros 5 e 6 (vide Fig. V.1 para instrumentação) durante a excitação do modelo, na frequência 23,8 Hz, correspondente ao segundo modo de torção. Nota-se que o sinal do acelerômetro 5, posicionado quase sobre o eixo da estrutura (i.e., junto ao centro de massa do convés), apresenta amplitudes de aceleração bem menores do que o sinal do acelerômetro 6, posicionado a uma certa distância do mesmo eixo. Isto demonstra claramente uma torção da perna, também ilustrado na Figura VI.7 (b).

Por ser a água um fluido "não ideal", de baixa densidade para o modelo reduzido e, também, pela esbeltez dos componentes estruturais da perna, o efeito da "massa d'água adicionada" sobre as frequências naturais é sempre bastante pequeno, chegando em alguns casos, a ser desprezível. Isto pode ser observado na Tabela VI.2 comparando-se a 2ª com a 4ª coluna. Sendo este efeito da "massa d'água adicionada" de modo geral desprezível a consequência direta é que a forma dos modos de vibração permanecem praticamente inalterados, isto é, ilustrado pela comparação das Figuras VI.2 e VI.7a.

Embora as frequências e modos naturais da estrutura, observados experimentalmente, não tenham sido afetados significativamente,

tivamente pelo efeito de interação com a água (fluido não ideal), as taxas de amortecimento no meio d'água, como mostrados na Figura VI.8, sofreram alterações mensuráveis quando comparadas àquela obtidas no ar, principalmente para pequenos deslocamentos. Isto é ilustrado na Figura VI.9 que mostra as duas curvas de amortecimento ξ x o parâmetro $\bar{\Delta}$, obtidas dos ensaios no ar e na água.

Espectros de Aceleração

. Vibrações Livres na Água

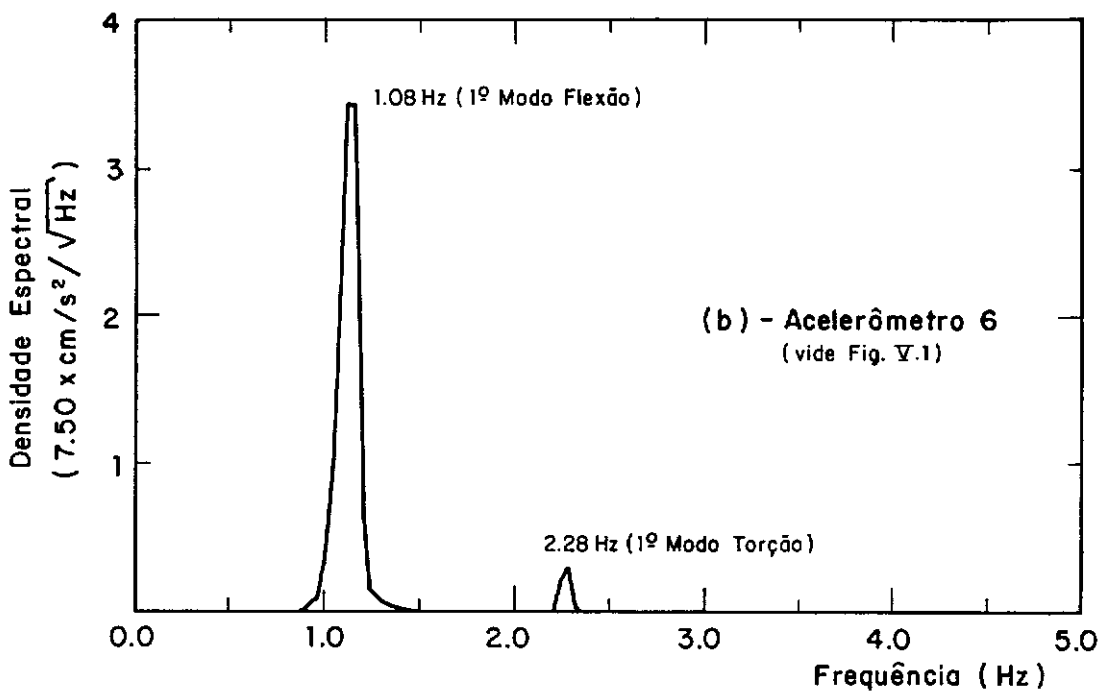
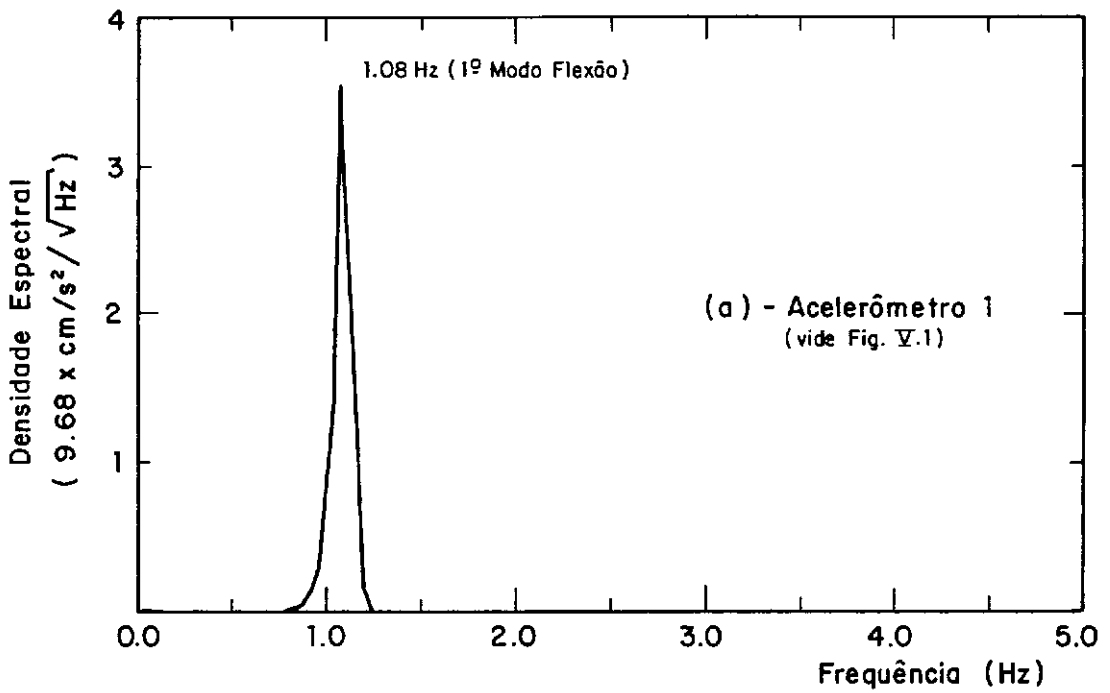


Fig. VI.6 (a-b) - Densidade Espectral de Aceleração para o modelo Vibrando na água, impactos na direção x.

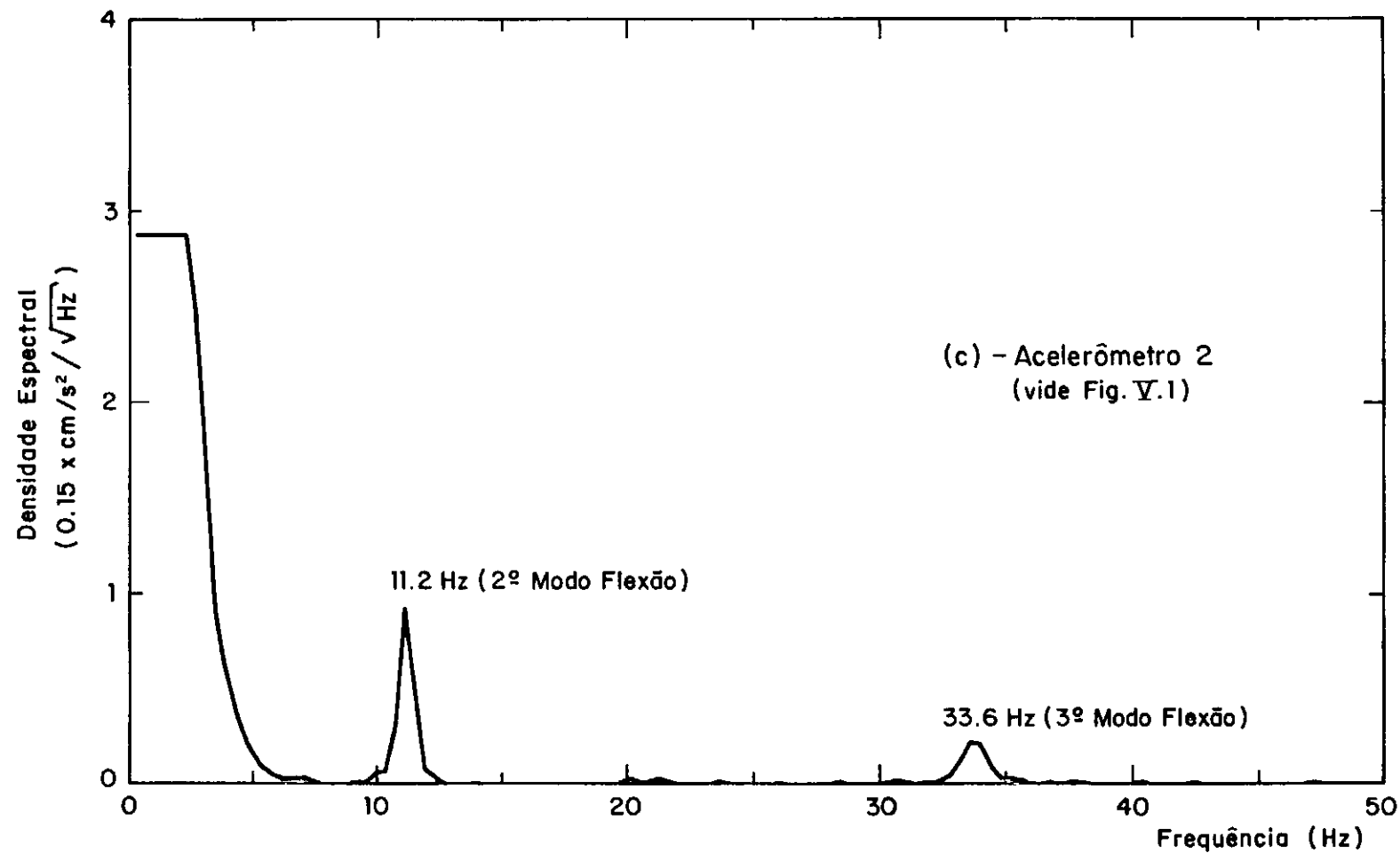
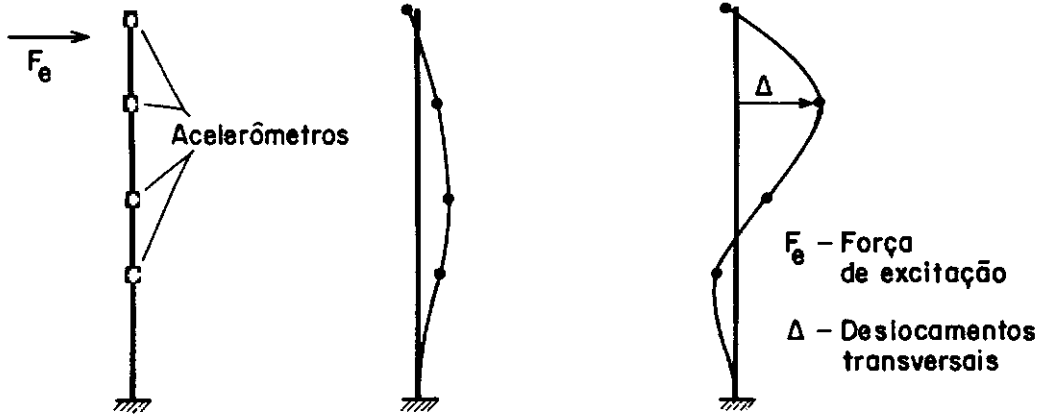


Fig. VI.6 (c) - Densidade Espectral de Aceleração para o Modelo Vibrando na água, impactos na direção x.

Instrumentação
ao longo da Perna
(vide Fig. V.1)

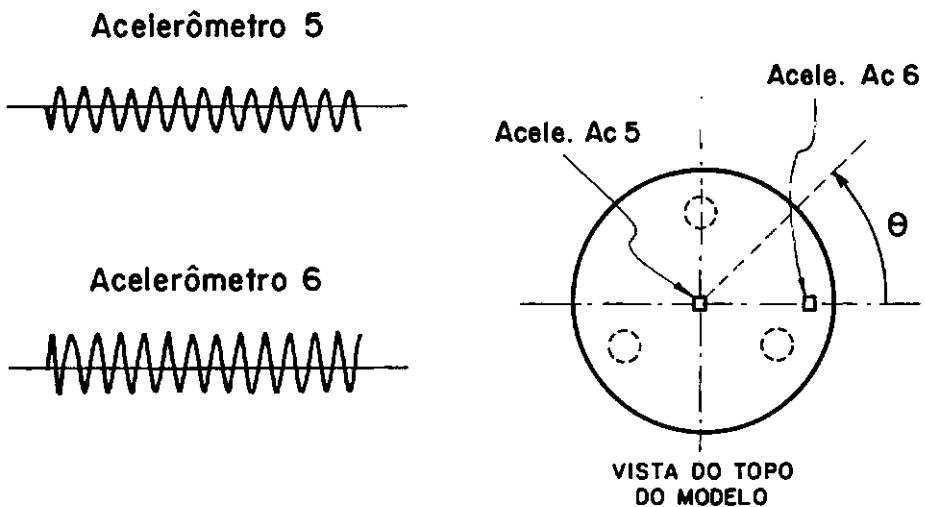
2º Modo Flexão
(11.3 Hz)

3º Modo Flexão
(33.9 Hz)



(a) Modos Globais de Vibração representado por deslocamentos transversais.

2º Modo Torção
(23.8 Hz)



(b) Sinais de aceleração do 2º Modo Torção, representado por uma rotação θ (vide Fig. V.1 p/ instrumentação).

Fig. VI.7(a-b) – Modos Globais obtidos Experimentalmente nos Ensaio de Vibração forçada na água (vide seção V.2b).

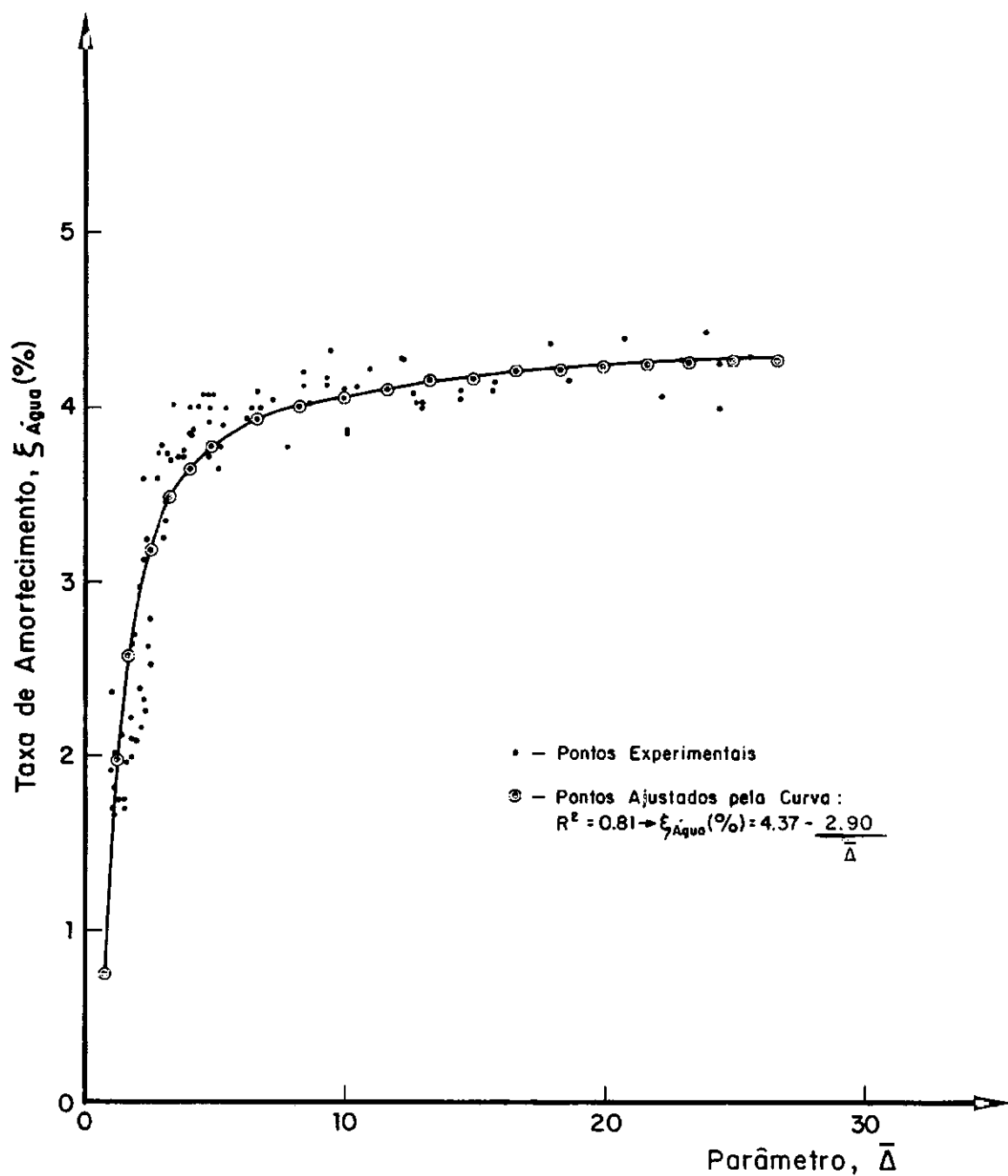


Fig. VI.8 - Variação da Taxa de Amortecimento ($\xi_{\text{Água}}\%$) com incremento do parâmetro $\bar{\Delta}$; transversal (Δ); Vibrações livres na Água.

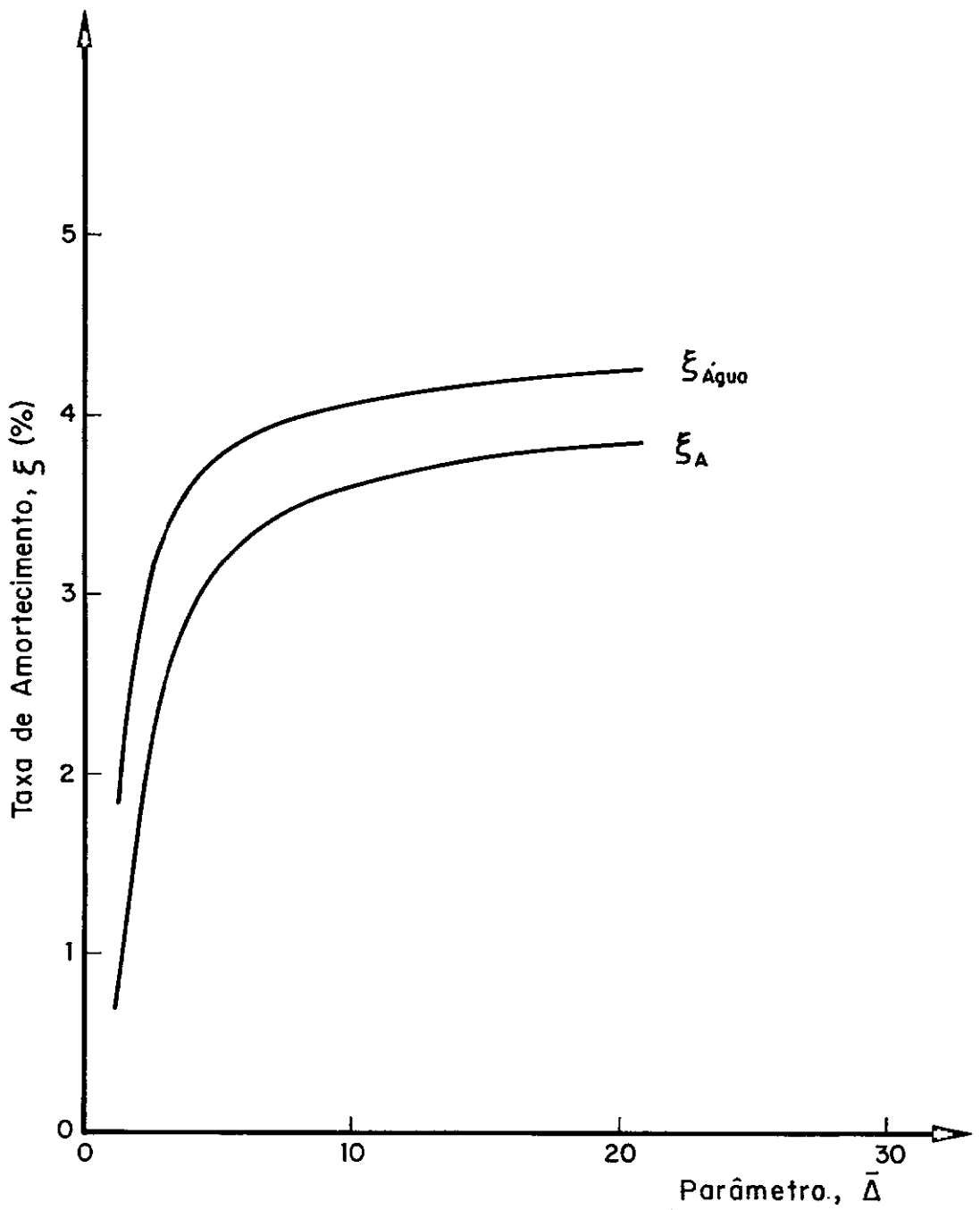


Fig. VI.9 - Comparação entre a variação da taxa de amortecimento x incremento do parâmetro $\bar{\Delta}$ no Ar e na Água.

VI.4. VIBRAÇÕES NO FLUIDO DENSO

A modelagem final requer, conforme condições de semelhança pré estabelecidas (vide Cap. IV), a realização de ensaios em um fluido de densidade ideal ($\rho = 2,30 \text{ g/cm}^3$, vide seção IV.4.3). Nos ensaios aqui relatados, as condições de semelhança para o fluido foram parcialmente satisfeitas: embora com densidade aproximadamente ideal ($\rho \sim 2,5 \text{ g/cm}^3$) tem viscosidade cinemática bastante maior que a do fluido protótipo (água); sendo esta última situação, corrigida durante o processamento dos dados.

A Tabela VI.3 apresenta os resultados experimentais, numéricos e teóricos, em termos de frequências (Hz), obtidos respectivamente do modelo físico em um fluido com densidade elevada ($\rho \sim 2,50 \text{ g/cm}^3$), do modelo Idealizado (resultados numéricos para $\rho = 2,30 \text{ g/cm}^3$) e do Modelo Ideal (protótipo na água - via Teoria da Semelhança). As Figuras VI.10 (a-c) mostram espectros de aceleração obtidos com as campanhas de medição realizadas durante os ensaios. Para efeito de comparação são apresentadas também as frequências naturais para ensaio no ar.

O que fica prontamente demonstrado com os resultados da Tabela VI.3, é que a primeira frequência natural associada ao modo dominante de vibração, não é sensível a variação da densidade do fluido. Isto pode ser explicado observando-se que o modo dominante é bastante influenciado pela massa do convés (vide seção IV.4.3). Devido à esbeltez dos elementos, a "massa de fluido adicionada" ao longo da perna, não é expressiva em relação à massa do convés.

Espectros de Aceleração

. Vibrações Livres no Fluido Denso

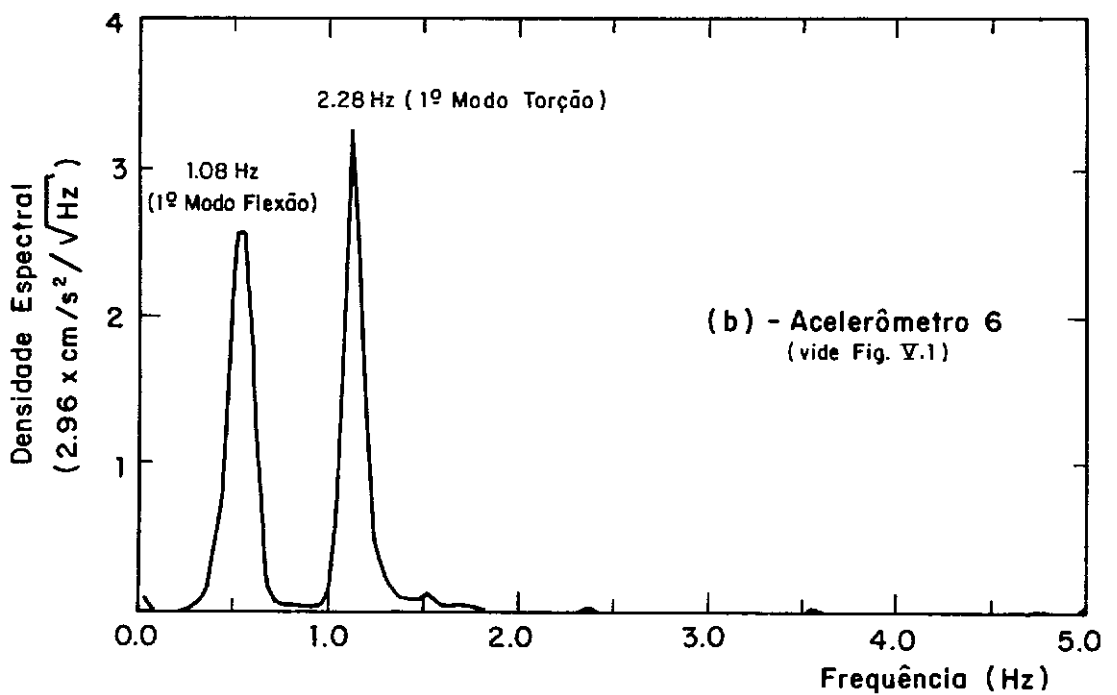
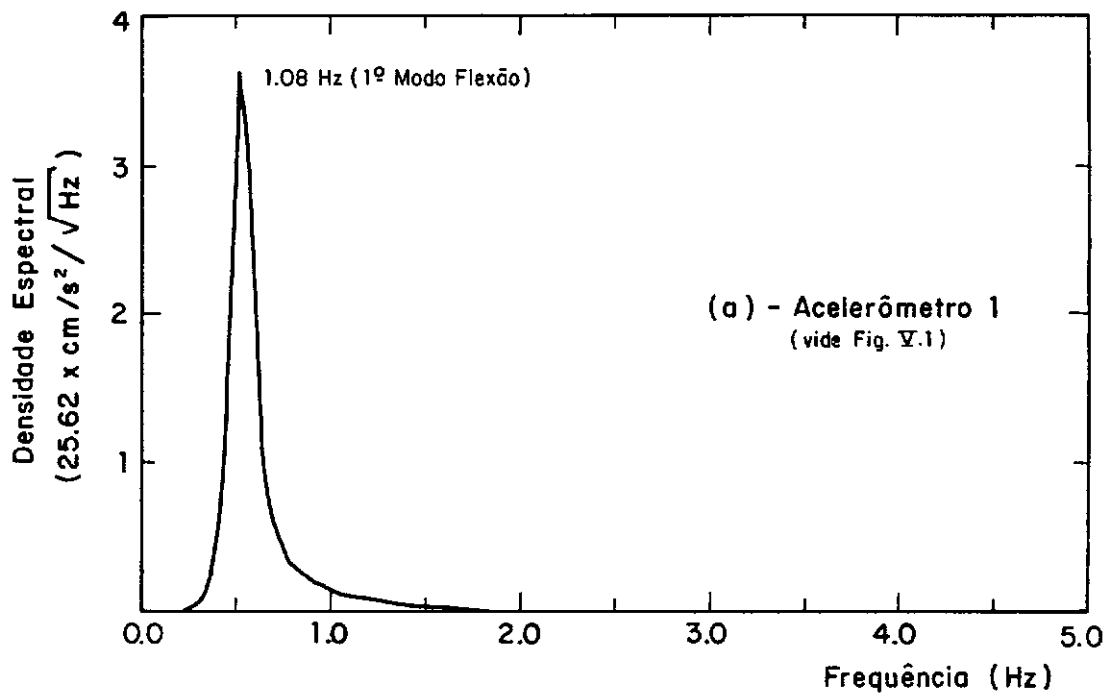


Fig. VI.10 (a-b) - Densidade Espectral de Aceleração para o modelo Vibrando no fluido, impactos na direção x.

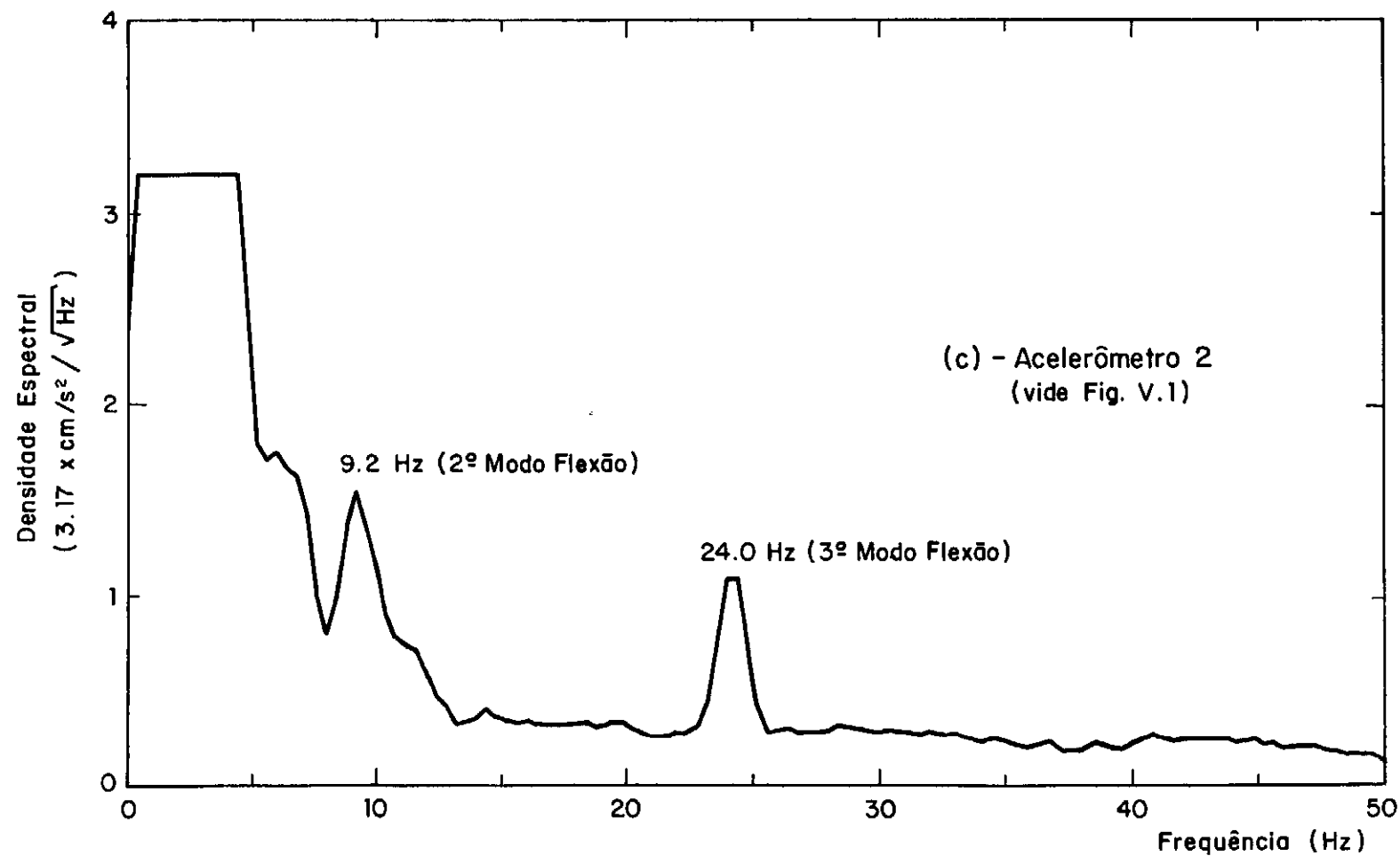


Fig. VI.10(c) - Densidade Espectral de Aceleração para o Modelo Vibrando no fluido, impactos na direção x.

Tabela VI.3 - Resultados para vibrações livres no fluido - Freqüências naturais (Hz)

Modos Globais	Fluido denso			Ar
	Teórica	Numérica	Experimental	Experimental
(*) 1ª Flexão	1,16	1,17	1,08	1,08
1ª Torção	2,60	2,62	2,28	2,28
(*) 2ª Flexão	11,37	10,98	9,2	11,6
2ª Torção	16,49	22,88	(**)	21,6
1ª Axial	20,95	19,65	(**)	(**)
(*) 3ª Flexão	26,19	26,28	24,0	37,6

- Precisão dos resultados experimentais ($\pm 0,4$ Hz) excetuando-se as freqüências associadas aos 1º Modo de Flexão e Torção.

(*) Modos globais relativos à flexão na direção x (vide Fig. V.1).

(**) Não foi identificado.

A Tabela VI.4 apresenta, para os casos teórico, numérico e experimental, a porcentagem de redução das freqüências naturais obtidas para o modelo no fluido denso em relação àquela para o modelo em vibração livre no ar. Pode-se observar nesta tabela que além da freqüência relativa ao 1º Modo de Flexão, também as freqüências associadas ao 1º modo de torção e 1º Axial, pouco foram afetadas com o acréscimo de massa fluido adicionada distribuída ao longo da perna. Entretanto, as demais freqüências mostraram-se bastante sensíveis a este aumento de "mas

sa", principalmente a freqüência associada ao 3º Modo de Flexão, a qual demonstrou o maior percentual de variação no resultado experimental.

Tabela VI.4 - Porcentagem (%) de redução das freqüências do fluido em relação ao do ar

Modos Globais	Teórica (%)	Númérica (%)	Experimental (%)
(*) 1ª Flexão	2	2	0
1ª Torção	2	1	0
(*) 2ª Flexão	23	14	23
2ª Torção	17	18	(**)
1ª Axial	1	1	(**)
(*) 3ª Flexão	21	11	36

(*) Modos globais relativos à flexão na direção x (vide Fig. V.1).

(**) Não foram identificados.

Muito embora a freqüência dominante (1º Modo Flexão) não seja sensível ao aumento de densidade do fluido, esta interação fluido-estrutura ocasiona acréscimos substanciais nas taxas de amortecimento, como pode ser observado, comparando-se o sinal de aceleração, mostrado na Figura VI.11, com o anterior relativo ao modelo vibrando no ar (vide Fig. VI.3), ambos os sinais obtidos no mesmo ponto - acelerômetro 1 ilustrado na Fi-

gura V.1.

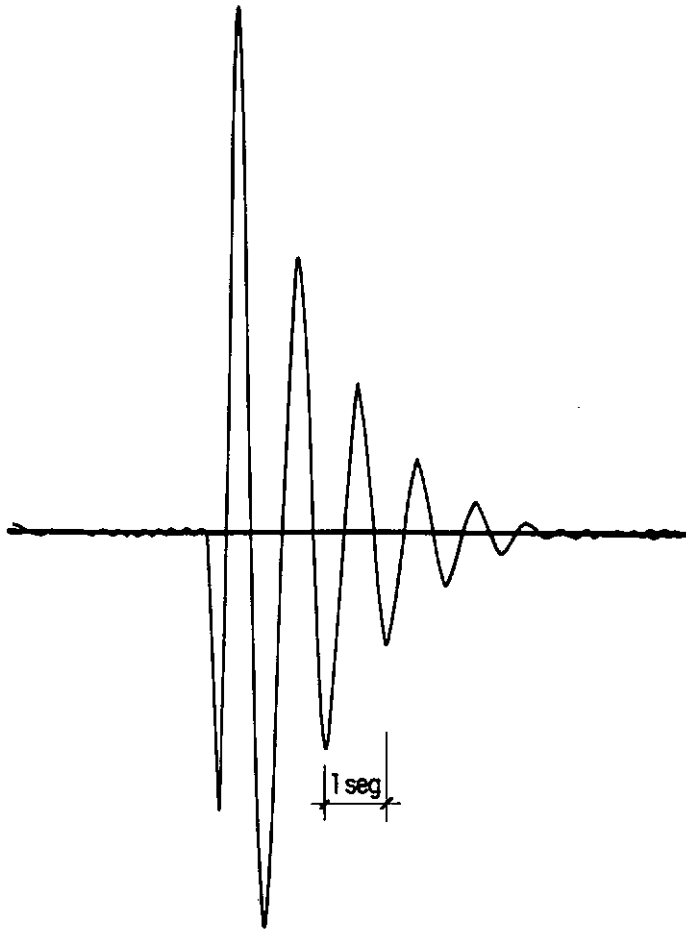


Fig. VI. 11 - Resposta do acelerômetro 1, para o modelo vibrando no fluido ($\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$), submetido à impactos na direção x (vide Fig. V.1 para Instrumentação).

A Figura VI.12 mostra os resultados experimentais para taxas de amortecimento total, ξ_T , obtidos originalmente, antes da correção do efeito de viscosidade do fluido. A curva $\xi_T(\Delta)$ mostrada nesta figura, foi obtida através de ajuste via método dos mínimos quadrados seguindo a mesma metodologia empregada no item VI.2.

Estes resultados experimentais devem, entretanto, ser ainda corrigidos. Esta correção é conduzida e explicada da maneira que se segue.

A taxa de amortecimento total, ξ_T , pode ser escrita como a soma das parcelas de amortecimento

$$\xi_T = \xi_A + \xi_F \quad (\text{VI.4})$$

onde,

ξ_A - é o amortecimento estrutural ou, mais precisamente, o amortecimento da estrutura no ar. O amortecimento puramente estrutural; só seria obtido de ensaios no vácuo;

ξ_F - é o amortecimento hidrodinâmico, devido a interação fluido-estrutura.

A parcela de amortecimento hidrodinâmica, ξ_F , por sua vez se subdivide em:

$$\xi_F = \xi_V + \xi_S \quad (\text{VI.5})$$

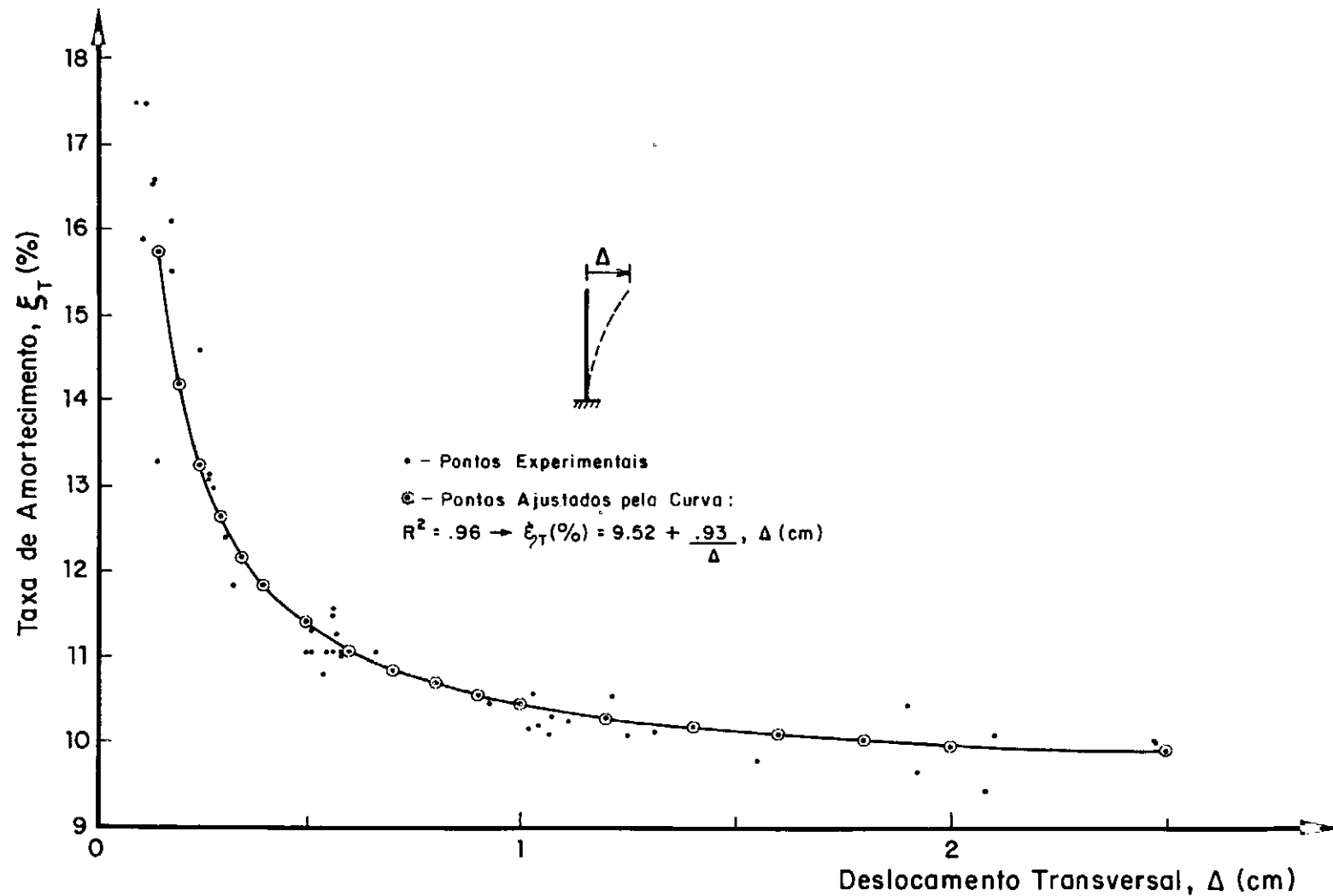


Fig. VI.12 - Variação da Taxa de Amortecimento (ξ_T) x Deslocamento Transversal (Δ); Vibrações Livres no fluido com $\rho_{\text{médio}} \sim 2.50 \text{ g/cm}^3$, curva ainda sem correção.

sendo,

$$\xi_S = \frac{\rho_F}{\rho_S} \cdot 0,34 \cdot \left(\frac{\Delta}{D} \right)^2 \quad (\text{VI.6})$$

e,

$$\xi_V = \frac{\rho_F}{\rho_S} \cdot \frac{4 \sqrt{2}}{\sqrt{2} \pi f D^2} \cdot \sqrt{\nu_F} \quad (\text{VI.7})$$

onde,

ξ_S - é a parcela de amortecimento (dependente do deslocamento Δ) devido ao início de "separação", ou, mais adequadamente (dada a característica periódica do movimento), devido a dissipação de energia no meio fluido (3);

ξ_V - é a parcela de amortecimento devido a viscosidade do fluido;

D - diâmetro de uma barra de seção circular;

ρ_S - densidade da estrutura, para a estrutura em estudo $\rho_S = 7,79 \text{ g/cm}^3$;

ρ_F - densidade do fluido;

ν_F - viscosidade do fluido ($\rho_F = 2,5 \text{ g/cm}^3$)

$\nu_F = 8,82 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ (8).

Deve-se observar, entretanto, que a parcela ξ_V deve ser prontamente corrigida, já que a viscosidade cinemática do fluido, ν_F , utilizado nos ensaios, não é igual à viscosidade cinemática

tica da água (16). Sendo esta correção dada por,

$$\bar{\xi}_v = \xi_v / \sqrt{v_F / v_{\text{água}}} \quad (\text{VI.8})$$

onde,

$\bar{\xi}_v$ - é a parcela ξ_v , corrigida.

A parcela ξ_s , na forma escrita anteriormente para uma única barra tubular de seção circular, é aqui estendida a uma seção típica da perna. Isto é conseguido tomando um diâmetro equivalente, D_{eq} , calculado numericamente por tentativas, até que a equação (VI.9) seja satisfeita.

$$0,34 \left(\frac{\Delta}{D_{eq}} \right)^2 + \frac{4 \sqrt{2} \cdot \sqrt{v_F}}{\sqrt{D_{eq}} \cdot \hat{v}} - \left[\frac{\xi_T(\%) - \xi_A(\%)}{100} \right] \frac{\rho_s}{\rho_F} = 0 \quad (\text{VI.9})$$

onde, $\hat{v} = 2 \pi f \cdot D_{eq}$, é a amplitude de velocidade de um ponto da estrutura e,

$$\frac{\hat{v} \cdot D_{eq}}{v_F} = \text{Re (nº de Reynolds)}$$

A equação (VI.9) é obtida substituindo-se as equações (VI.6) e (VI.7) em (VI.5) e posteriormente o resultado em (VI.4).

A Tabela VI.5 mostra as parcelas de amortecimento que constituem as taxas: amortecimento total corrigido, $\bar{\xi}_T$, para distintos valores de deslocamentos, Δ , partindo-se dos valores D_{eq} calculados de forma independente para cada um dos deslocamentos.

A distribuição e a variação das contribuições $\bar{\xi}_T$ em fun-

ção do acréscimo do parâmetro $\bar{\Delta}$, são apresentados nos gráficos da Figura VI.13.

Tabela VI.5 - Parcelas de amortecimento para distintos deslocamentos Δ , ensaio com fluido $\rho \sim 2,50 \text{ g/cm}^3$

Δ (cm)	\dot{v} (cm/s)	D_{eq} (cm)	Re	$\xi_T(*)$ (%)	$\xi_A(**)$ (%)	ξ_S (%)	ξ_V (%)	$\bar{\xi}_V$ (%)	$\bar{\xi}_T$ (%)
. 2	1,36	12,95	199	14,18	1,32	≈ 0	12,86	4,33	5,65
. 5	3,39	12,13	467	11,39	2,97	. 02	8,40	2,83	5,82
1,0	6,79	9,25	712	10,45	3,52	. 13	6,81	2,29	5,94
1,5	10,18	7,82	902	10,14	3,70	. 40	6,04	2,03	6,14
2,0	13,57	7,30	1123	9,99	3,80	. 82	5,42	1,82	6,44
2,5	16,96	7,50	1446	9,89	3,85	1,21	4,77	1,61	6,67

- A correlação foi realizada com os pontos da curva:

(*) taxa de amortecimento no fluido (vide Fig. VI.13).

(**) taxa de amortecimento no ar (vide Fig. VI.5).

Pode-se observar na Figura VI.13, que para deslocamentos pequenos, a parcela de amortecimento hidrodinâmico ξ_F é amplamente dominada pela contribuição viscosa $\bar{\xi}_V$ (sendo a contribuição ξ_S , neste caso, desprezível). No entanto, a medida que a amplitude de deslocamento cresce, há uma tendência de inversão dos fatores (decrêscimo de $\bar{\xi}_V$ e aumento ξ_S). Esta inversão de

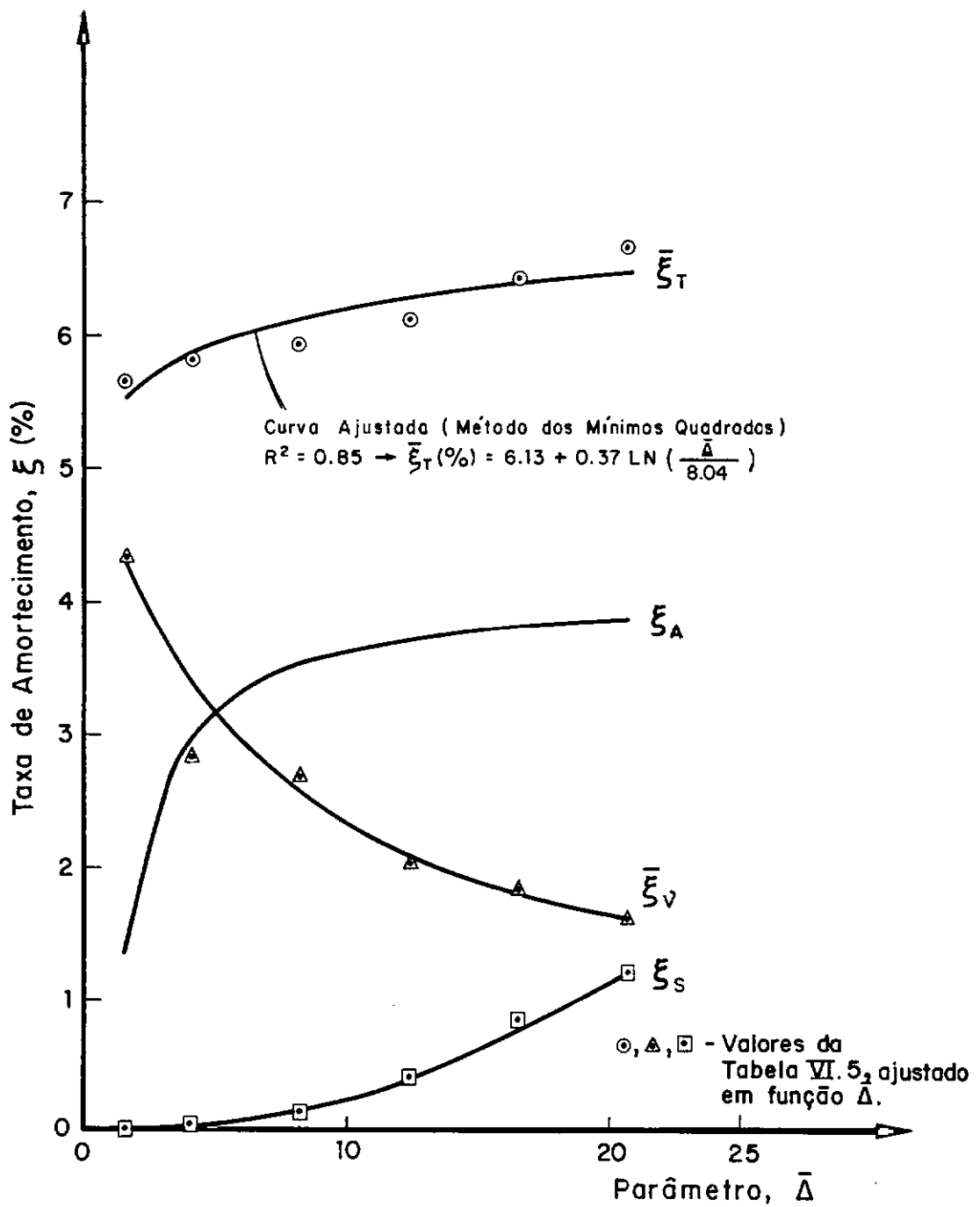


Fig. VI.13 - Variação da Taxa de Amortecimento Total (ξ_t) e as parcelas (ξ_s , ξ_v e ξ_A) com incremento do parâmetro $\bar{\Delta}$. Modelo imerso em fluido $\rho \approx 250 \text{ g/cm}^3$.

contribuições para $\bar{\xi}_T$ pode ser explicada da seguinte maneira: com o aumento do deslocamento Δ e, conseqüentemente da velocidade, o atrito cinético, entre o fluido viscoso e a superfície das barras da estrutura, tende a diminuir, o que implica na diminuição da parcela $\bar{\xi}_v$. O decréscimo de $\bar{\xi}_v$ com Δ é entretanto, compensado pelo aumento da contribuição ξ_s , função do acréscimo do deslocamento Δ , ocasionando finalmente uma variação crescente da taxa de amortecimento total $\bar{\xi}_T$.

Deve-se enfatizar que a parcela ξ_s é desprezível para estruturas mais rígidas, cujo comportamento é caracterizado por pequenos deslocamentos.

A Figura VI.14 mostra as variações da taxa de amortecimento total, $\bar{\xi}_T$, com a densidade, ρ , do meio (ar, água e fluido denso), obtidas dos diversos ensaios e relativas às amplitudes crescentes de deslocamentos, Δ .

Deve-se ressaltar o grande acréscimo da taxa de amortecimento, $\bar{\xi}_T$, com o aumento de densidade ρ no meio - e embora tenha se utilizado nesta figura a ligação de pontos por linhas retas, elas indicam a dependência não-linear de $\bar{\xi}_T$ com ρ . Esta não-linearidade é mais acentuada para valores de ρ em torno de $1,0 \text{ g/cm}^3$ (água).

A partir dos gráficos ($\bar{\xi}_T \times \rho$ para Δ crescente) mostrados na Figura VI.14, é possível obter os resultados para o fluido ideal ($\rho = 2,30 \text{ g/cm}^3$). Estes resultados, para o fluido ideal, estão destacados, em forma de tabela, nesta figura.

A respeito da forte influência da interação fluido-estru

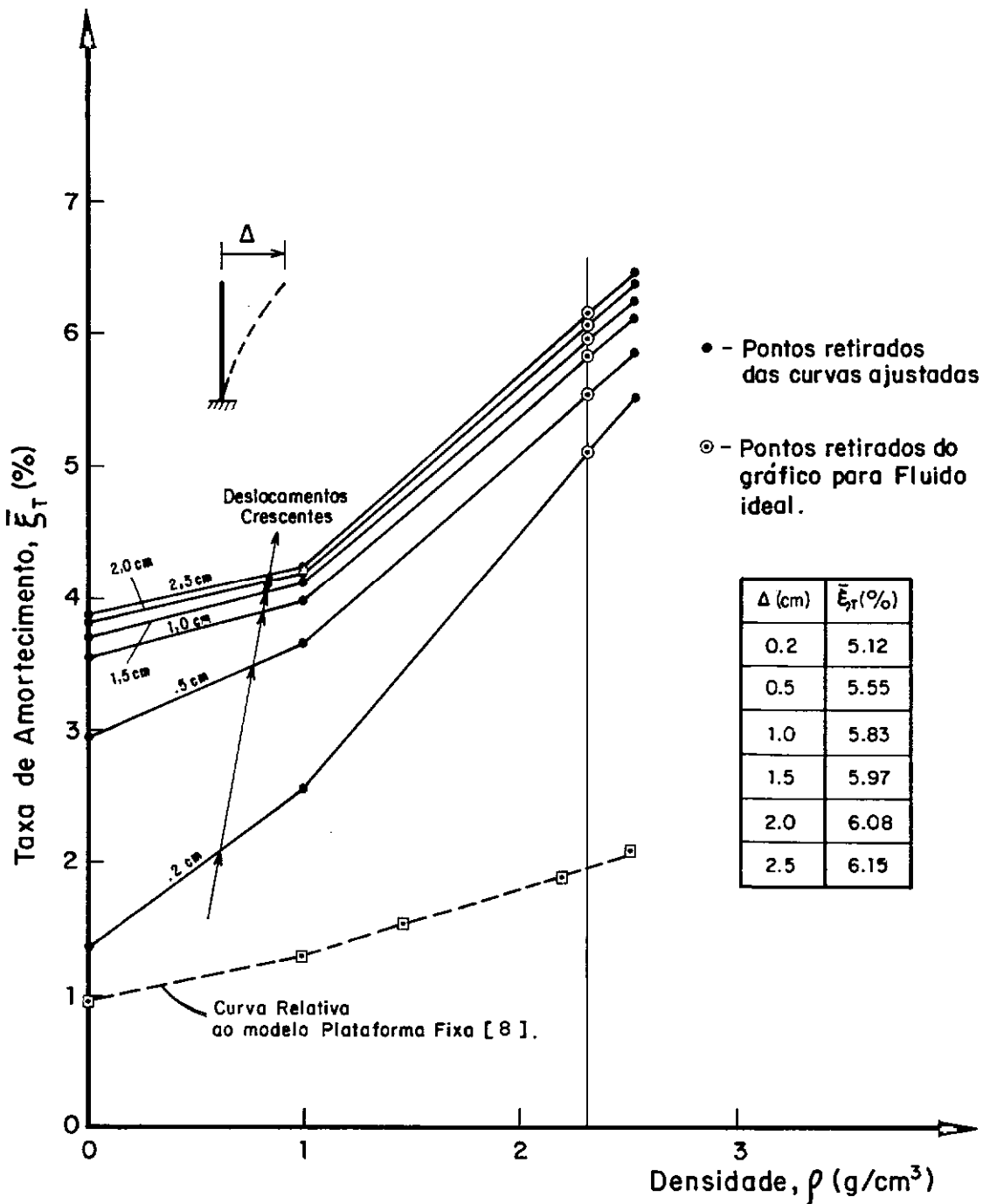


Fig. VI.14 - Variação da Taxa de Amortecimento Total $\bar{\xi}_T$, com incremento da Densidade (ρ) do meio, para Deslocamentos (Δ) crescentes.

tura sobre as taxas de amortecimento, demonstrada com a Figura VI.14, pode-se fazer algumas observações importantes:

a) Para qualquer valor de densidade, que se observe, a taxa de variação $\bar{\xi}_T$ com Δ , decresce com o acréscimo de amplitude, Δ , de movimento. Esta tendência a um patamar é melhor ilustrada na Figura VI.15. Nesta figura são apresentadas as curvas $\xi \times \bar{\Delta}$ para o AR, a água e os fluidos ($\rho = 2,30$ e $2,50 \text{ g/cm}^3$).

b) As taxas de amortecimento são tanto mais elevadas, quanto maior for a flexibilidade global da estrutura. Isto pode ser evidenciado, comparando-se os resultados de amortecimento obtidos de um Modelo de Plataforma Fixa (8) também mostrado na Figura VI.14, com os resultados presentes. Além disso, a dependência de $\bar{\xi}_T(\rho)$ é quase-linear para o Modelo da Plataforma Fixa, que apresenta maior rigidez que o modelo aqui em estudo.

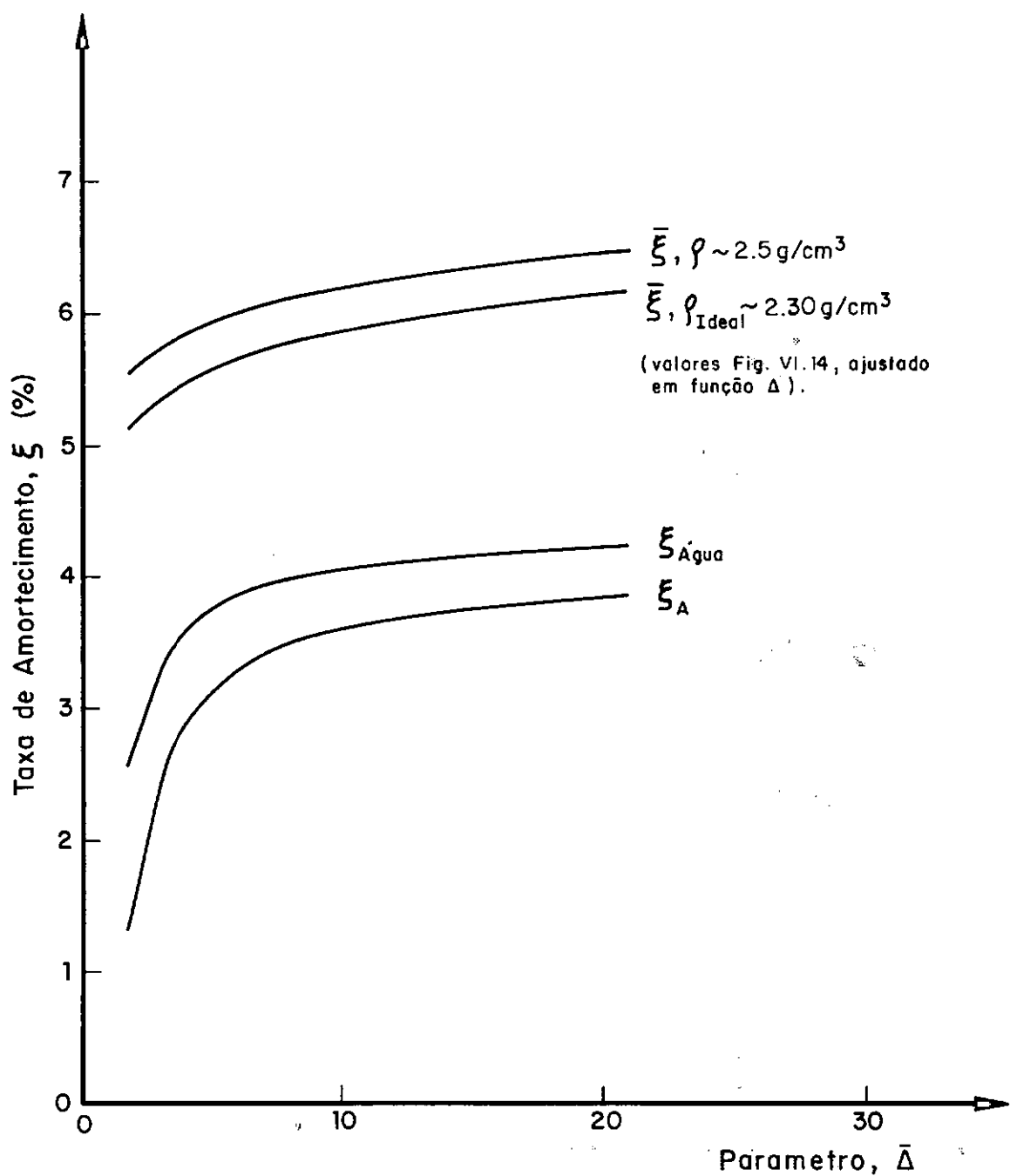


Fig. VI.15 - Comparação das curvas ξ_T (para $\rho \sim 2.50$ e 2.30 g/cm^3), $\xi_{\text{Água}}$ e ξ_A em função do parâmetro $\bar{\Delta}$.

CAPÍTULO VII

COMENTÁRIOS FINAIS

A comparação favorável entre os resultados, em frequências naturais e modos de vibração, obtidos experimentalmente com o modelo físico reduzido e através de simulação numérica do protótipo (Modelo Ideal), demonstram a validade das técnicas de modelagem utilizadas.

Com este modelo reduzido hidroelástico foi possível se observar que, para uma estrutura aporticada flexível, as taxas de amortecimento estrutural (histerético - no ar) e aquelas oriundas da interação fluido-estrutura, se mostram dependentes das amplitudes de movimento. As variações destas taxas de amortecimento para valores crescentes de deslocamentos transversais, evidenciam forte não-linearidade tendendo a patamares de valores bastante superiores àqueles usualmente encontrados para estruturas mais rígidas (8). Resultados similares foram encontrados posteriormente para um modelo de plataforma auto-elevatória (Projetada AE-48) (14), constituída de pernas idênticas à perna aqui analisada.

Além da investigação do comportamento dinâmico dessa estrutura flexível em meio fluido, como um componente estrutural isolado, a presente pesquisa teve também como objetivo a verificação das características dinâmicas da plataforma auto-elevatória, através da análise de uma de suas pernas.

Assim, os comentários que se seguem visam ressaltar a validade da presente simulação física (Simulação S3, Cap. III) para uma análise simplificada das características dinâmicas da plataforma completa AE48.

Na Tabela VII.1, são apresentadas as frequências naturais (Hz), obtidas experimentalmente no ar, na água e no fluido denso para os modelos, Perna e Plataforma completa AE48.

O modelo completo foi ensaiado sob situações distintas de ligação entre perna e convês; destas, reproduz-se aqui, para efeito de comparações, os resultados das frequências obtidas com:

Situação A - Engaste completo entre pernas e o convês;

Situação B - apoios elásticos em cada *chord*, modelados com rigidez axial semelhante ao protótipo.

Observa-se na Tabela VII.1 que as frequências associadas aos modos de flexão, dos dois modelos, estão bastante próximos, o que vem validar as hipóteses adotadas na simulação física da Perna.

Cabe aqui lembrar, que a simulação física adotada para o modelo Perna (vide Cap. III), foi baseada no primeiro modo de Flexão (modo dominante). Portanto, as frequências associadas a

Tabela VII.1 - Comparação dos resultados experimentais dos Modelos, Perna e AE-48

	Modelo Perna (Elemento Isolado)		Modelo AE48 (Modelo Completo)			
	Freq. (Hz)	Modo Vibração	Situação A (*)		Situação B (*)	
			Freq. (Hz)	Modo Vibração	Freq. (Hz)	Modo Vibração
AR	1.08	1ª Flexão	1.12	1ª Flex.	1.08	1ª Flex.
			1.40	1ª Tor.	1.20	1ª Tor.
	11.6	2ª Flexão	14.4	2ª Flex.	14.4	2ª Flex.
			16.4	2ª Tor.	16.8	2ª Tor.
Água	1.08	1ª Flexão	1.08	1ª Flex.	(**)	-
			1.32	1ª Tor.	(**)	-
	11.2	2ª Flexão	13.6	2ª Flex.	(**)	-
			14.8	2ª Tor.	(**)	-
Fluido	1.08	1ª Flexão	(**)	-	0.99	1ª Flex.
			(**)	-	1.06	1ª Tor.
	9.2	2ª Flexão	(**)	-	(**)	-
			(**)	-	(**)	-

OBS.:

(*) Tipo de ligação entre perna e convês.

(**) Não foram encontradas frequências para este tipo de ligação.

modos de torção do modelo completo, são também comparáveis as frequências de Flexão da Perna. Isto se deve, principalmente, à grande parcela de flexão imposta as pernas durante uma torção global; isto é, a rotação do convês como um corpo rígido no plano horizontal, causa mais flexão a cada uma das pernas do que torção ao longo de seu eixo.

Deve-se enfatizar, que apesar da simulação física da Perna não levar em consideração o efeito dos amortecedores (apoios elásticos), os resultados obtidos se comparam favoravelmente àqueles apresentados para o modelo completo (Situação B). Isto demonstra o efeito reduzido deste tipo de ligação sobre as frequências naturais e modos de vibração. No entanto, estas ligações elásticas têm efeito pronunciado sobre as taxas de amortecimento; isto foi verificado nos ensaios com o modelo completo da AE48 (14).

Na Figura VII.1 apresenta-se as curvas, taxas de amortecimento \times parâmetro Δ crescentes no ar, na água e no fluido denso, para os modelos, Perna e AE48, sendo que para este último modelo foram descontadas as parcelas devido aos apoios elásticos (amortecedores) (14).

Observa-se nesta figura que os pares de curvas, para os dois modelos, são todas qualitativamente semelhantes. As diferenças quantitativas observadas entre esses pares de curvas são, por outro lado, relativamente pequenas para os ensaios no ar e na água. No caso do fluido denso, a comparação quantitativa deve obviamente ser feita para fluidos de mesma densidade (Perna, $\rho = 2,50 \text{ g/cm}^3$; AE48, $\rho = 2,15 \text{ g/cm}^3$), sendo portanto, necessária uma correção da curva relativa ao modelo completo AE48.

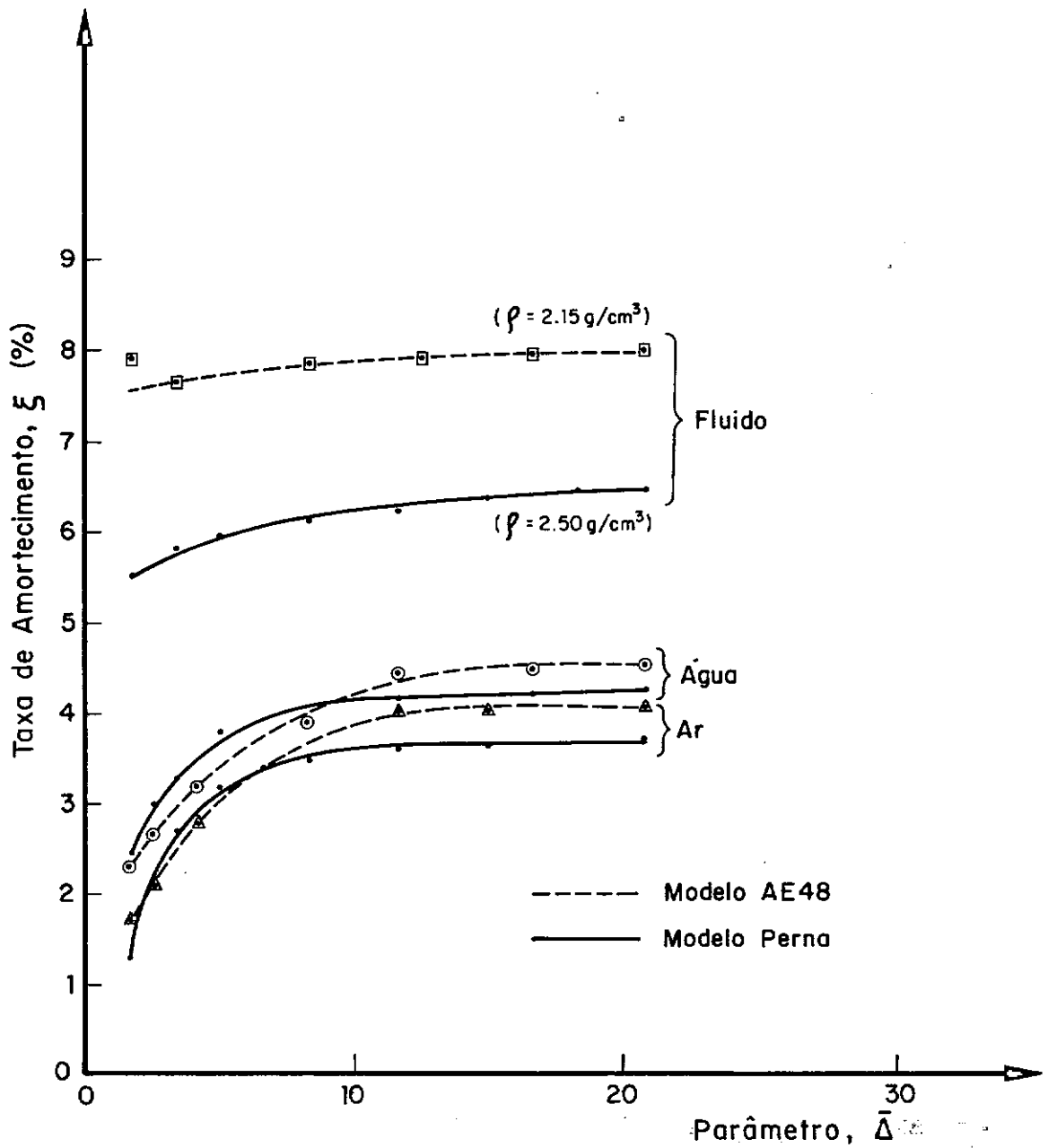


Fig. VII.1 - Comparação das curvas Taxa de Amortecimento x parâmetro $\bar{\Delta}$, para os Modelos Perna e AE48 no ar, na água e em fluido denso.

Nos ensaios realizados com fluido denso, a densidade foi obtida em apenas dois níveis (na superfície e a meia profundidade do tanque). Assim, a variação de densidade com a profundidade, não pode ser bem representada, implicando em distorções consideráveis na correção das taxas de amortecimento e, conseqüentemente, na comparação direta de resultados dos diversos ensaios. Isto pode ser mais facilmente entendido com o auxílio da Figura VII.2, onde a viscosidade cinemática do fluido - um importante fator na correção da taxa de amortecimento - apresenta uma dependência bastante forte da densidade, principalmente na faixa de valores de ρ , na qual foram modelados os fluidos.

Assim, refazendo-se os cálculos de correção do efeito viscoso (vide Cap. VI) para a curva relativa ao modelo completo AE48, considerando-se o mesmo fluido modelado para a Perna ($\rho = 2,50 \text{ g/cm}^3$ e $\nu = 8,82 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), chega-se a novos valores para ξ mostrados na Figura VII.3, onde nota-se agora, uma aproximação maior entre as curvas $\xi \times \bar{\Delta}$.

As diferenças remanecentes podem ser devidas a:

a) A variação de densidade e, conseqüentemente, de viscosidade cinemática do fluido com a profundidade; podendo-se demonstrar que a influência desta variação sobre o modelo Perna, é desprezível, enquanto que para o modelo completo, é significativo:

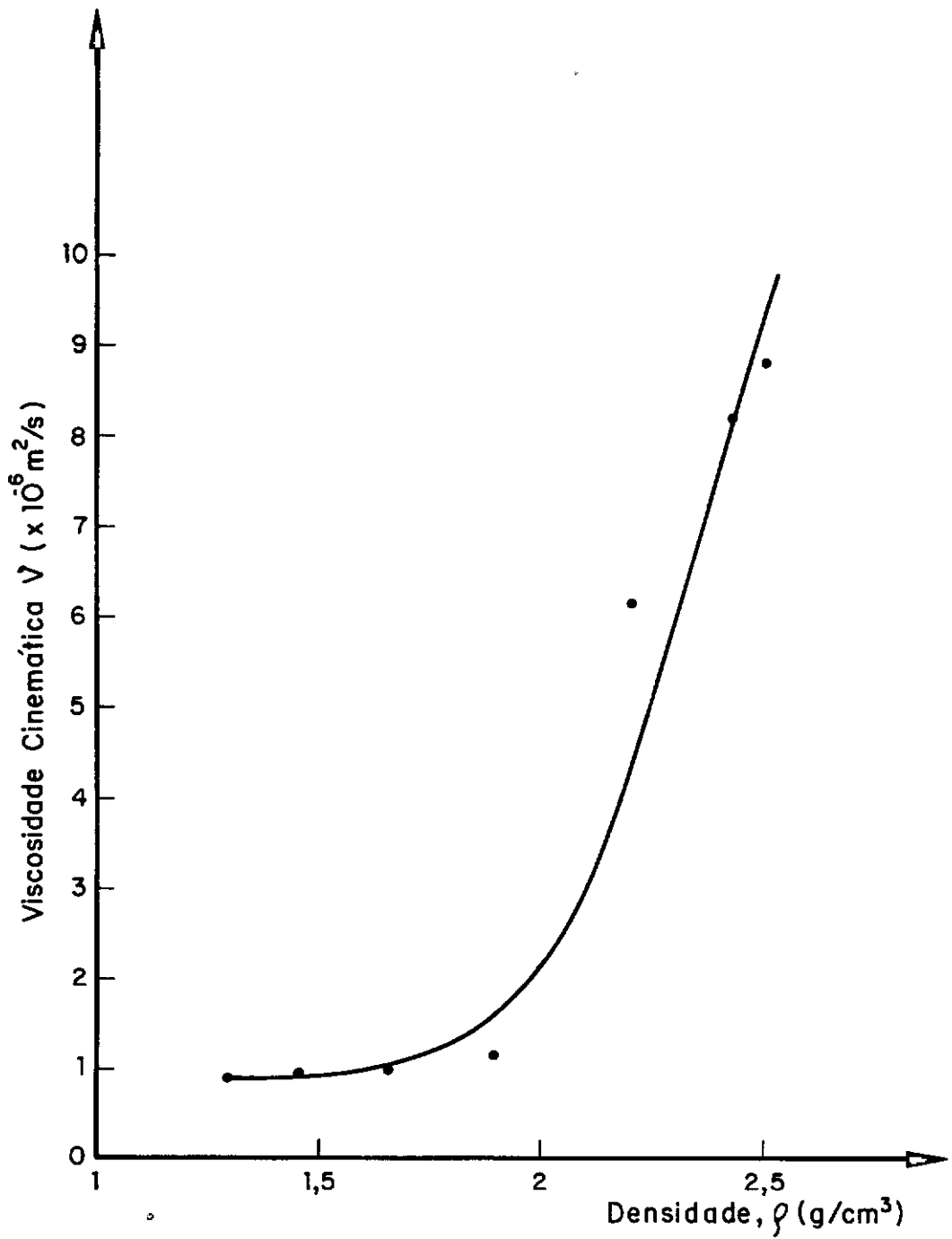


Fig. VII. 2 - Curva experimental de variação da viscosidade cinemática x densidade do fluido modelo.

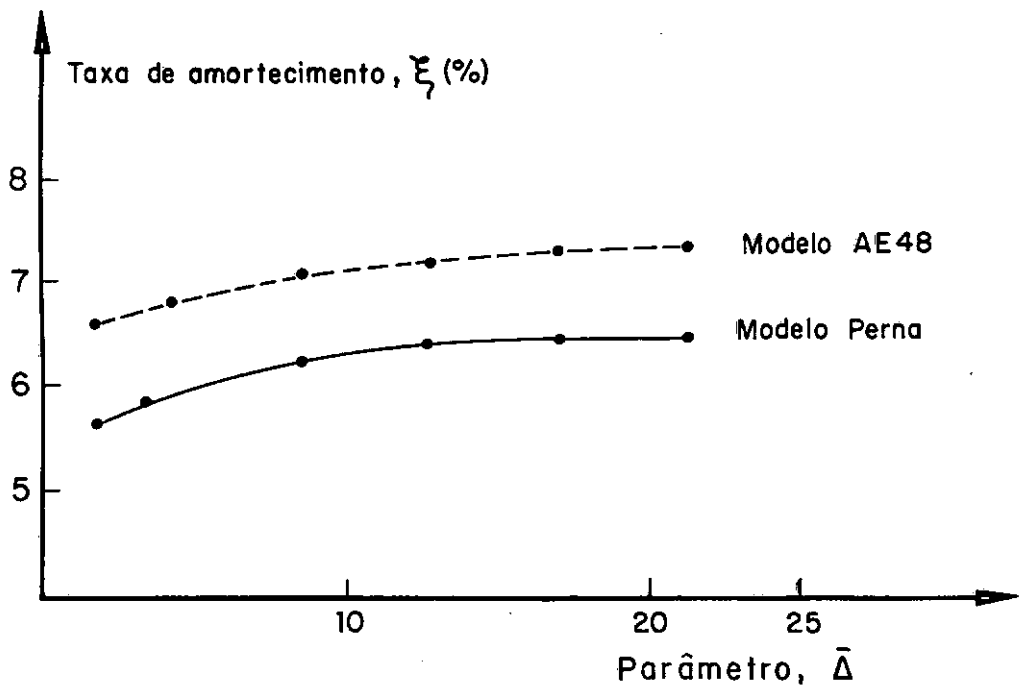


Fig. VII. 3 - Comparação das curvas taxa de amortecimento x parâmetro $\bar{\Delta}$ dos modelos, Perna e AE48, para um mesmo fluido ($\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$ e $\gamma = 8.82 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

Nos ensaios com fluido denso há uma variação crescente de densidade com a profundidade, devido a decantação do pó de minério de ferro em suspensão na água. Esta decantação faz com que, ao longo do ensaio, a densidade e a viscosidade do fluido aumentem com a profundidade, influenciando diretamente a parcela ξ_v - taxa de amortecimento viscoso. Esta influência é mais acentuada para pequenos deslocamentos, caso em que esta parcela, ξ_v , é dominante.

Assim, o efeito causado pela maior viscosidade no fundo é evidente para o modelo completo, enquanto que, para o modelo Perna (invertido, engastado no fundo), este efeito é obviamente des-

prezível. Cabe ainda lembrar, que no modelo completo, as extremidades inferiores das pernas (rotuladas no fundo), contêm um disco de acrílico simulando a rigidez das sapatas. É natural supor que este elemento disco viesse também a contribuir para o acréscimo de amortecimento viscoso.

b) Valores distintos para deslocamentos transversais médios ao longo das pernas dos dois modelos.

Pode-se observar na Figura VII.4, que para um mesmo deslocamento transversal, Δ , dado no topo de cada modelo, obtem-se no modelo AE48 um deslocamento médio maior do que na Perna. Esta diferença (cerca de 60%) influencia, principalmente, a parcela ξ_s (taxa de amortecimento associada a dissipação de energia por ciclo, em meio fluido), a qual é geralmente considerável para médios e grandes deslocamentos (vide Fig. VI.13).

Este efeito também se mostra visível, como pode ser visto na Figura VII.1, para os pares de curvas, relativas aos ensaios no ar e na água, onde as maiores diferenças se dão para médios e grandes deslocamentos.

Para finalizar, comparou-se os resultados aqui obtidos para as taxas de amortecimento, com os valores prescritos pela DNV (18). Para isto, foram adotados valores do parâmetro $\bar{\Delta}$ variando de 2,3 a 23.

Estas variações das taxas de amortecimento se comparam àquelas prescritas pela DNV, para plataformas auto-elevatória, conforme mostrado na Tabela VII.2.

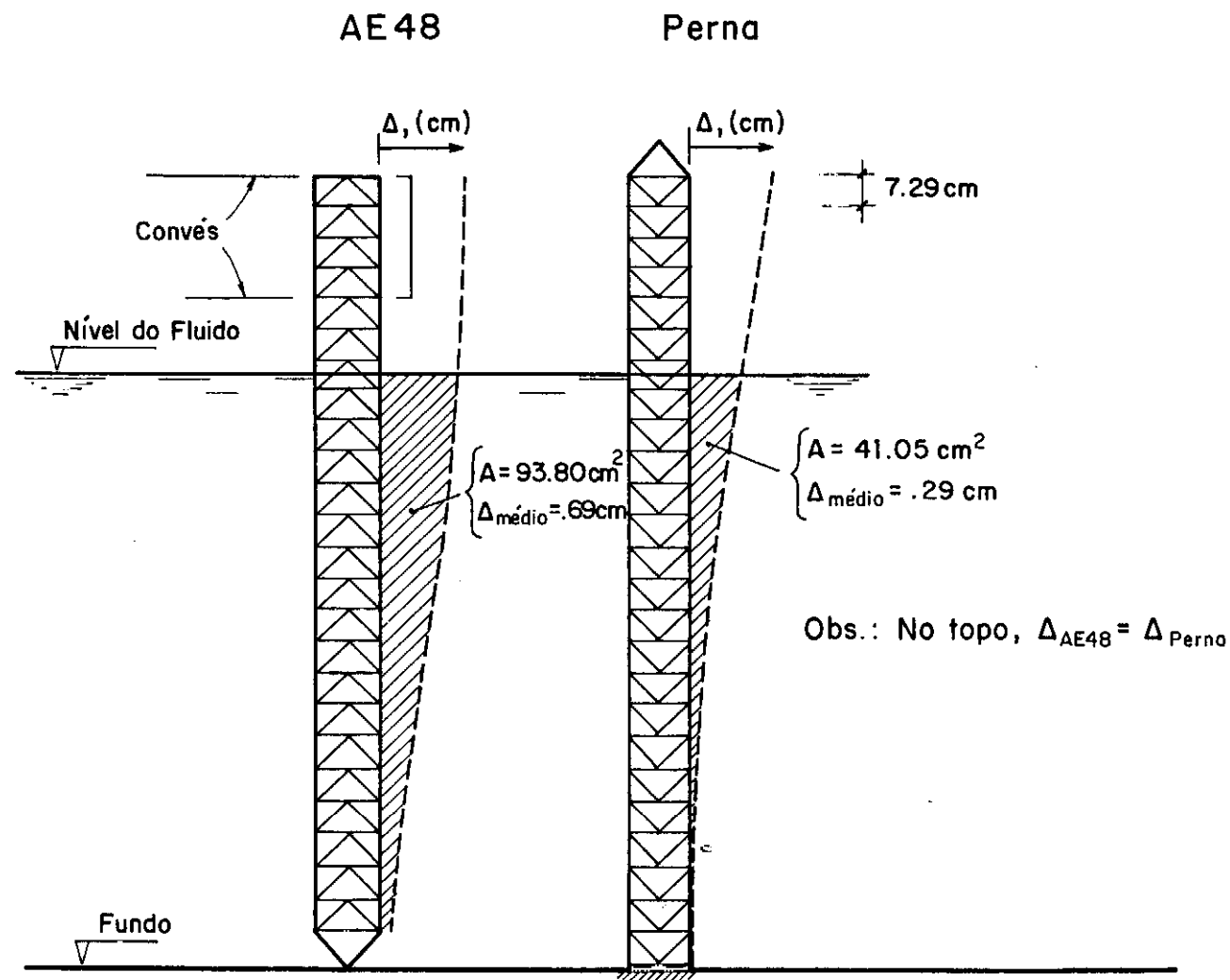


Fig. VII.4 - Comparação do 1º Modo de Flexão dos modelos, Perna e AE48.

Tabela VII.2 - Comparação entre as taxas de amortecimento do Modelo Perna e as prescritas pela DNV

	ξ_A	ξ_F	ξ_T
Modelo Perna (*)	1,3% - 3,9%	4,3% - 2,8%	5,6% - 6,7%
DNV	1% - 3%	2% - 3%	3% - 7%

(*) Os valores ξ_F e ξ_T referem-se ao modelo imerso em fluido ideal, $\rho \cong 2,3 \text{ g/cm}^3$ (vide Fig. VI.14).

Verifica-se na Tabela VII.2 que as taxas de amortecimentos obtidas para o modelo Perna, se comparam muito bem aos valores prescritos pela DNV, permitindo uma extrapolação dos resultados aqui obtidos, de caráter extritamente experimental, para o projeto do protótipo analisado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) BATISTA, R.C., ROITMAN, N., MAGLUTA, C., CARNEIRO, F.L. L.B., "Damping Factors Estimates for a Jack-Up Platform Obtained From a Hydroelastic Reduced Model", International Symposium on Offshore Engineering, Rio de Janeiro, 1985.
- (2) LEECH, J.W., "Classic Mechancs", Chapman & Hall, London, 1978.
- (3) SARPKAYA, T. e ISSAC, M., "Mechanics of Wave Forces on Offshore Structure", Van Nostrand Reinhold Company, USA, 1981.
- (4) PENZIEN, J., "Structural Dynamics of Fixed Offshore Structures", Torndhein, Norway, 1976.
- (5) MORISON, J.R., O'OBRIEN, M.P., JOHNSON, J.W. e SCHAAF, S.A., "The Force Exerted by Superface Waves on Piles", Petrol. Trans., AIME, 1950.
- (6) FERRANTE, A.I., SPHAIER, S.H., WELLWANGER, G.B., GENATIOS, C.eCERROLAZA, M., "On the Use of Morison Equation for Steel Jacket Struction", International Synposium on Offshore Engineering, Rio de Janeiro,

1981.

- (7) "Shore Protection Manual", Publicação da U.S. Coast Guard.
- (8) RONALDO, C.B., CARNEIRO, F.L.L.B. e ROITMAN, "Modelos Reduzidos Hidroelásticos para Análise do Comportamento Dinâmico de Estruturas para Plataformas Off-Shore - Modelo de Plataforma Fixa", COPPETEC/UFRJ, 1984.
- (9) AZEVEDO, A.V. e SORIANO, H.L., "Uma Eficiente Implementação do Método de Iteração por Sub Espaço", LENEC, Lisboa, 1982.
- (10) BATHE, K.J., "Solution Methods of Large Generalized Eigenvalue Problems in Structure Engineering", University of California, Berkeley, 1971.
- (11) _____, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1982.
- (12) SISTEMA ADEP, "Resposta Dinâmica de Estruturas Offshore pelo Método de Superposição Modal", COPPE/UFRJ, 1982.
- (13) COPPETEC ET/15185, "Análise da 6, 7 e 8 configuração", 3ª parte do Relatório para Petrobrás.
- (14) BATISTA, R.C., CARNEIRO, F.L.L.B., ROITMAN, N. e MAGLUTA, C., "Modelos Reduzidos Hidroelásticos para Análise do Comportamento Dinâmico de Estruturas para Plataformas Off-Shore - Modelo de Plataforma Auto-Eleva

tória AE48", COPPETEC/UFRJ, 1985.

- (15) CARNEIRO, F.L.L.B., "Some Aspects of the Dimension Analysis Applied to the Theory and Experimentation of Offshore Platforms", International Symposium on Offshore Engineering, Rio de Janeiro, 1981.
- (16) ROITMAN, N., "Modelos Reduzidos Hidroelásticos para Análise do Comportamento Dinâmico de Estruturas para Plataformas Off-Shore", COPPE/UFRJ, 1985.
- (17) CLOUGH, R.W. e PENZIEN, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1975.
- (18) DET NORSKE VERITAS, "Rules for Design Construction and Inspection of Offshore Structures", Oslo, 1977.

APÊNDICE A

Apresenta-se neste apêndice um resumo da Teoria de Semelhança desenvolvida para estruturas *off-shore* [15] e [16], baseado na Análise Dimensional.

A partir de quatro fenômenos físicos,

- relação entre o período de onda e o período natural representativo da estrutura;
- interação entre forças de inércia da estrutura e do líquido;
- ação de um líquido em movimento sobre um corpo;
- ocorrência de forças de amortecimento,

que regem o comportamento dinâmico das estruturas submetidas à ação de ondas, foram deduzidos sete parâmetros adimensionais, independentes entre si, os quais exprimem as condições de semelhança. Estes parâmetros adimensionais são:

$$\pi_1 = \frac{T_W}{L_S} \sqrt{\frac{E}{\rho_S}} = \frac{T_W}{T_S} \quad (\text{A.1})$$

$$\pi_2 = \frac{\rho_S}{\rho_W} \quad (\text{A.2})$$

$$\pi_3 = \frac{H_W \cdot L_S}{T_W \cdot \nu} \quad (\text{Número de Reynolds}) \quad (\text{A.3})$$

$$\pi_4 = \frac{L_W}{L_S} \quad (\text{Número de Keulegan-Karpenter}) \quad (\text{A.4})$$

$$\pi_5 = T_W \sqrt{\frac{g}{L_W}} \quad (\text{Número de Froude}) \quad (\text{A.5})$$

$$\pi_6 = \frac{F}{L_S^3 \cdot \rho_W \cdot g} \quad (\text{A.6})$$

$$\pi_7 = \xi \quad (\text{A.7})$$

onde

L - dimensão característica;

E - módulo de elasticidade;

ρ - massa específica;

T - período;

ν - viscosidade cinemática do fluido;

H_W - altura da onda

g - aceleração da gravidade;

F - força;

ξ - taxa de amortecimento

e os índices "s" e "w" referem-se à estrutura e ao fluido, respectivamente.

Para garantir as condições teóricas de semelhança hidrolástica torna-se necessária a obediência simultânea de todos os sete números π_s , isto é, que

$$\pi_{\text{protótipo}} = \pi_{\text{modelo}} \quad (\text{A.8})$$

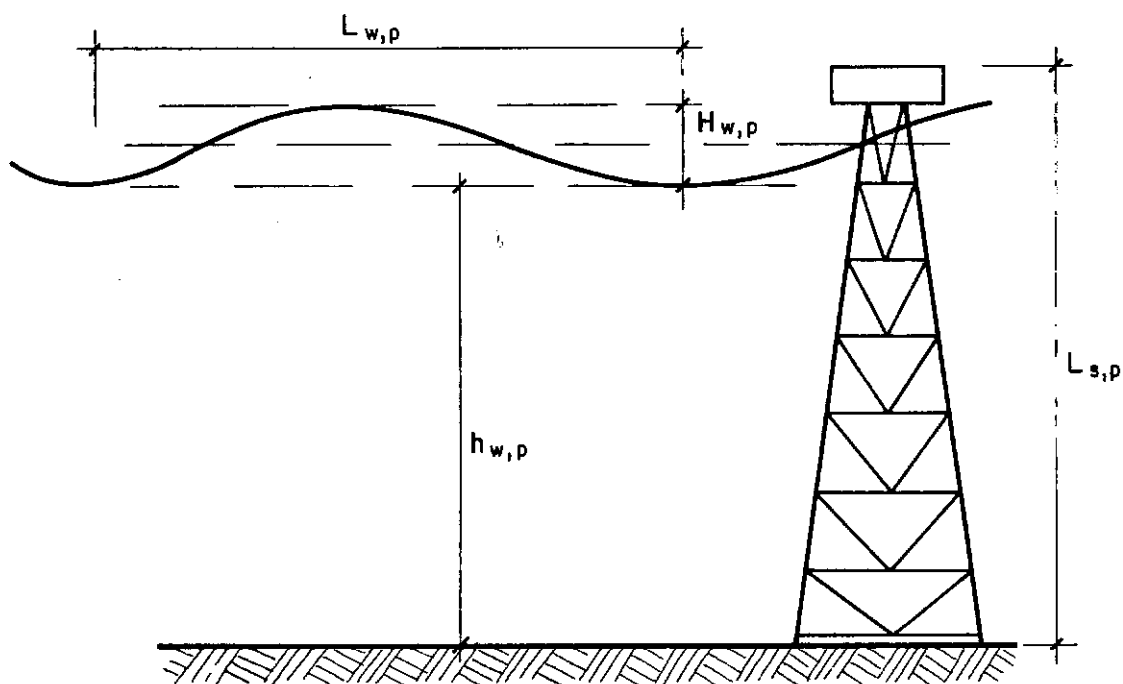
As condições de semelhanças podem ser expressas em uma forma bem mais conveniente do que os números π_s , a qual é dada por fatores de escala. Um fator de escala genérico k_f é definido pela razão entre o valor f_m do modelo e o f_p do protótipo. Esta forma de apresentação facilita em muito a introdução de condições que possibilitam a modelagem, isto é, a obediência simultânea aos sete parâmetros adimensionais.

O primeiro passo para a construção de um modelo reduzido, semelhante ao protótipo, é estabelecer a escala geométrica geral,

$$k_L = \frac{L_{\text{modelo}}}{L_{\text{protótipo}}} \quad (\text{A.9})$$

Esta escala é definida em função do tamanho do modelo que se pretende construir e do tamanho do protótipo que se pretende modelar, como, por exemplo, ilustra a Figura A.1.

Protótipo (p)



Modelo (m)

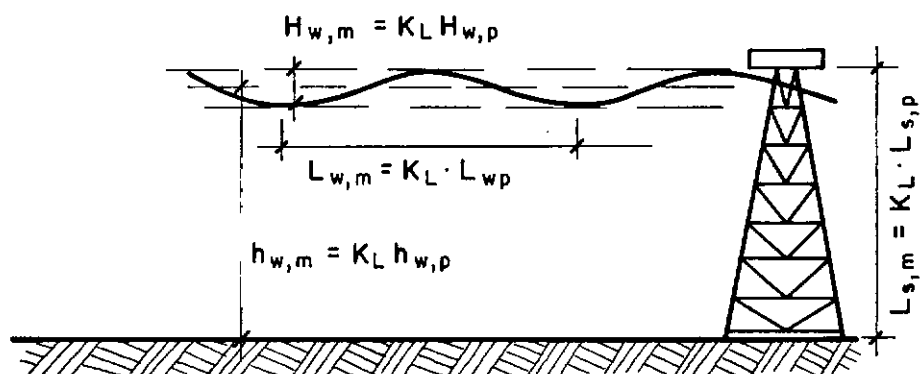


Fig. A.1 - Relações características entre protótipo e modelo, em função da escala K_L [16].

A obediência da escala k_L para todas as dimensões características do modelo imerso em fluido representa a obediência ao parâmetro adimensional π_4 , também conhecido como número de Keulegan-Karpenter.

Os dois parâmetros adimensionais π_5 e π_6 são tão facilmente obedecidos, como o número de Keulegan-Karpenter, atendendo-se as escalas,

$$k_F = k_L^3 \cdot k_{\rho_w} \cdot k_g \quad (A.10)$$

$$k_{V_0} = \sqrt{k_L \cdot k_g} \quad (A.11)$$

onde,

k_F - é a escala das forças;

k_{V_0} - é a escala das velocidades;

k_g - é a escala das acelerações da gravidade;

k_{ρ_w} - é a escala das massas específicas dos fluidos.

Considerando-se que o modelo e o protótipo estão imersos no mesmo fluido ($k_{\rho_w} = 1$) e submetidos à mesma aceleração da gravidade ($k_g = 1$), pode-se reescrever as equações (A.10) e (A.11) nas formas,

$$k_F = k_L^3 \quad (A.12)$$

$$k_{V_0} = \sqrt{k_L} \quad (A.13)$$

as quais, assim modificadas, resultam nas escalas das seguintes grandezas físicas:

- Período

$$k_T = \sqrt{k_L} \quad (A.14)$$

- Frequência

$$k_f = 1/\sqrt{k_L} \quad (A.15)$$

- Aceleração

$$k_{ac} = 1 \quad (A.16)$$

- Tensão

$$k_\sigma = k_L \quad (A.17)$$

- Massa Distribuída

$$k_m = k_L^3 \quad (A.18)$$

Para exemplificar, se a torre mostrada na Figura A.1, fosse modelada na escala $k_L = 1/70$ a frequência natural do modelo seria

$$f_m = \sqrt{70} f_p$$

para que os parâmetros π_5 e π_6 fossem obedecidos.

A primeira dificuldade que se encontra na modelagem de estruturas *off-shore* é dada pela obediência simultânea aos nú-

meros de Reynolds (π_3) e de Froud (π_5), demonstrada na equação,

$$k_v = k_L^{3/2} \quad (A.19)$$

onde,

k_v - é a escala das viscosidades cinemáticas.

Voltando-se ao exemplo da Figura A.1, e utilizando-se $k_L = 1/70$ na equação (A.19), tem-se:

$$v_m = \frac{1}{586} v_p, \quad (A.20)$$

e como o protótipo está imerso em água ($v_{\text{água}} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), obtém-se

$$v_m = 1,71 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s},$$

o que se apresenta como uma impossibilidade, já que a maioria dos líquidos apresentam, geralmente, uma viscosidade superior à da água. Uma rara exceção, porém inviável na prática, é o mercúrio, que tem a viscosidade cinemática $v = 1,15 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Conclui-se, então, que a condição de semelhança correspondente ao parâmetro adimensional π_3 não pode ser automaticamente satisfeita.

Entretanto, existem alguns casos em que a variação do número de Reynolds não é tão importante; isto se verifica quando:

- a) as dimensões transversais dos elementos são muito maiores do que a altura de onda (3), (15) e (18);

b) o protótipo trabalha em regime super-crítico e o modelo em regime sub-crítico (15) e (16).

Ambas as situações (a e b) se enquadram muito bem na modelagem das estruturas *off-shore* do tipo aqui investigado. A situação (a) se caracteriza nos ensaios de vibrações com o modelo submerso em um fluido em repouso. Neste caso, as dimensões transversais dos elementos são bem maiores do que as alturas de ondas eventualmente formadas. A situação (b) é caracterizada através de uma proximidade entre valores do coeficiente de arrasto C_D (em função do número de Reynolds) do protótipo (tubos rugosos, vide Foto A.1, - $k/D > 1,4 \times 10^{-3}$ - e trabalhando em regime supercrítico, $C_D \approx 1,05$) e do modelo (tubos lisos e trabalhando em regime sub-crítico, $C_D \approx 1,2$), como ilustra o gráfico $C_D \times R_e$ na Figura A.2.

A segunda dificuldade encontrada na modelagem de uma estrutura *off-shore* é observada na tentativa de obediência simultânea dos parâmetros adimensionais π_1 e π_2 , mantendo-se a hipótese, já assumida, de que o modelo e o protótipo devem estar imersos em um mesmo fluido ($k_{\rho_w} = 1$), o que implica no uso do mesmo material ($k_{\rho_s} = 1$).

Desenvolvendo-se π_1 e π_2 em fatores de escala, pode-se obter a condição,

$$k_E = k_L \quad (A.21)$$

onde

k_E - é a escala dos módulos de elasticidade.



Foto A.1 - Detalhe de um não de uma estrutura *off-shore* após permanecer um período submerso, sendo sua rugosidade natural alterada por encrustaes de cracas.

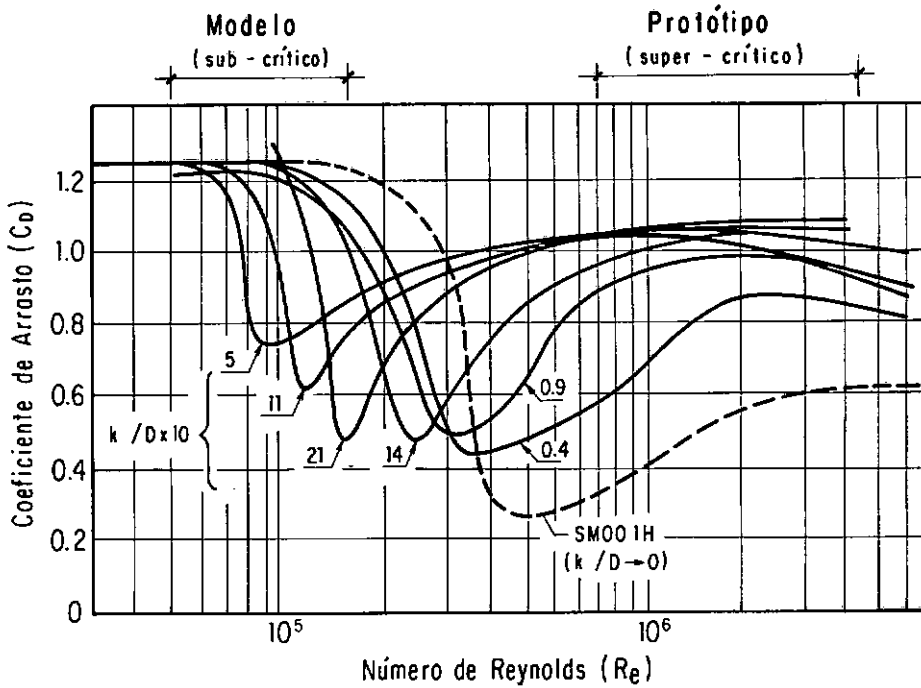


Fig. A.2 - Coeficiente de Arrasto (C_D) x Número de Reynolds (Re) para cilindros rugosos em escoamento permanente [18].

Na prática k_E varia de $1/4$ a 1 para os metais (material do protótipo: aço), o que tornaria a adoção da $k_L = 1/70$ inviável para o modelo. Uma alternativa que se apresenta é a utilização do material plástico para o modelo (variação k_E entre $1/55$ a $1/80$), viabilizando sua construção. Muito embora seja viável a construção do modelo utilizando-se tubos de plástico, certa restrição é ainda imposta, já que a escala geométrica k_L teria que ser igual à escala dos módulos de elasticidade k_E .

No entanto, esta restrição dada pela equação (A.21), pode ser contornada adotando-se um modelo distorcido.

Assumindo-se que uma estrutura *off-shore*, como por exemplo a da Figura A.1, pode ser, pelo menos no que se refere aos modos globais de flexão, tomada como uma viga engastada e livre, as primeiras frequências naturais, associadas a esta forma modal, podem ser calculadas simplesmente por:

$$f_m = C \sqrt{\frac{EI}{m L^3}} \quad (A.22)$$

onde, C é uma constante para cada modo, EI é a rigidez à flexão e m é a massa do elemento.

A partir desta analogia, pode-se atender as condições de semelhança, respeitando-se

$$k_{EI} = k_L^5 \quad (A.23)$$

em substituição à condição explicitada pela equação (A.21).

Esta equação (A.23) pode, por sua vez, ser satisfeita recorrendo-se a uma distorção geométrica, fazendo-se com que a escala das áreas das seções transversais das barras seja diferente da escala geométrica k_L . Como as estruturas *off-shore* são normalmente tubulares, é mais conveniente que esta distorção seja feita nas espessuras das paredes, dada pela expressão:

$$k_d = \frac{k_L^2}{k_E} \quad (A.24)$$

onde,

k_d - é a escala das espessuras das paredes.

Desta forma, pode-se manter a escala geométrica geral k_L para os diâmetros externos, com o propósito de não modificar os efeitos da interação fluido-estrutura.

Devido à distorção geométrica do modelo, expressa pela equação (A.24), a massa específica deve ser corrigida, para que a razão entre o peso da estrutura e de uma força característica (condição discreta por π_6) seja, para o modelo, idêntica à do protótipo. Esta correção é dada pela equação,

$$k_{\rho_s} = \frac{k_L}{k_d} \quad (A.25)$$

No entanto, subexiste a dificuldade de se encontrar tubos comerciais com espessura de parede que atendam à equação (A.24).

Retornando-se à equação (A.22), observa-se que o termo $\frac{EI}{m}$ pode ser tomado como um fator único, compensando-se o "excesso" de rigidez, provocado pelo acréscimo de espessura das paredes (tubos comerciais), com um incremento na massa m do elemento, isto é, atendendo-se à condição

$$k \frac{EI}{m} = k_L^2 \quad (A.26)$$

Devido ao aumento de massa da estrutura, e também para respeitar a condição dada pelo parâmetro adimensional π_2 , deve-se aumentar a massa específica do fluido, de forma a atender à condição

$$k_{pw} = \frac{k_M}{k_L^3} \quad (A.27)$$

onde,

k_M - é a escala da massa total da estrutura.

O fluido do modelo deve possuir a mesma viscosidade cinemática do fluido do protótipo (água), para que as condições de semelhança sejam respeitadas.

Para finalizar, a taxa de amortecimento, ξ , deve ser a mesma no modelo e no protótipo, para que a modelagem física possa ser considerada adequada; esta condição está expressa pelo parâmetro π_7 . A obediência a este parâmetro, embora não explicitada na literatura, é função, principalmente, da relação entre rigidez e distribuição de massa, para as estruturas vibrando no ar.

Experiências conduzidas anteriormente no Laboratório de Estrutura da COPPE/UFRJ tem mostrado resultados de amortecimento bem significativo para um modelo de Plataforma Fixa (8), modelado segundo a teoria apresentada neste apêndice. Para este modelo, vibrando no ar, obteve-se a taxa de amortecimento $\xi = 1\%$, valor que é esperado para o protótipo em aço deste tipo de estrutura.

A taxa de amortecimento total é dada por;

$$\xi_T = \xi_A + \underbrace{(\xi_S + \xi_V)}_{\xi_F} \quad (A.28)$$

onde,

ξ_A - é a taxa de amortecimento da estrutura no ar;

ξ_F - é a taxa de amortecimento adicional no meio fluido, (efeito da interação fluido-estrutura);

ξ_S - é a taxa de amortecimento adicional devido à dissipação de energia por ciclo; isto é, efeito do fenômeno de separação, o qual é função dos deslocamentos dinâmicos;

ξ_v - é a taxa de amortecimento adicional devido a viscosidade do meio fluido.

Destas parcelas, aquela referente à taxa de amortecimento adicional do fluido ξ_v deve ser corrigida através da equação (16),

$$\xi_v^{\text{corrig.}} = \frac{\xi_v^{(\text{medido})}}{\sqrt{\frac{\nu_{\text{fluido}}}{\nu_{\text{água}}}}} \quad (\text{A.29})$$

Esta correção se faz necessária devido à impossibilidade de se obter a viscosidade cinemática do fluido modelo igual à da água. Deve-se ressaltar que a massa específica deste fluido deve ser calculada segundo a equação (A.27).